

2 2015 ročník 15

Vysoká škola báňská -Technická univerzita Ostrava

SBORNÍK

vědeckých prací Vysoké školy báňské -Technické univerzity Ostrava *Řada stavební*

> TRANSACTIONS of the VŠB - Technical University of Ostrava *Civil Engineering Series*

ISSN 1213-1962

AL ALI Mohamad. TOMKO Michal	
INFLUENCE OF THE INITIAL IMPERFECTIONS WITH REGARD TO THE WEBS THICKNESSES OF COLD-FORMED COMPRESSED STEEL MEMBERS	1
KŘIVÝ Vít, KREISLOVÁ Kateřina, URBAN Viktor ZHODNOCENÍ VÝVOJE PATINY NA TRÁMOVÝCH MOSTECH S HORNÍ MOSTOVKOU NAVRŽENÝCH Z PATINUJÍCÍCH OCELÍ	11
KANIA David HODNOCENÍ ROZVOJOVÝCH ASPEKTŮ STŘEDOEVROPSKÝCH LETIŠŤ	21
DRAHORÁD Michal PŘESYPANÉ ŽELEZOBETONOVÉ KLENBOVÉ MOSTY – ANALÝZA KONSTRUKCE S VLIVEM INTERAKCE SE ZEMINOU	29
HAVRAN Jozef, PSOTNÝ Martin POSTBUCKLING ANALYSIS OF A RECTANGULAR PLATE LOADED IN COMPRESSION	37
HOKEŠ Filip SELECTED ASPECTS OF MODELLING OF NON-LINEAR BEHAVIOUR OF CONCRETE DURING TENSILE TEST USING MULTIPLAS LIBRARY	
HOLUŠOVÁ Táňa, LOZANO Miguel, FERNÁNDEZ-CANTELI Alfonso, KOMÁRKOVÁ Tereza, KOCÁB Dalibor, SEITL Stanislav INFLUENCE OF THE GRIPPING FIXTURE ON THE MODIFIED COMPACT TENSION TEST RESULTS: EVALUATION OF THE EXPERIMENTS ON CYLINDRICAL CONCRETE SPECIMENS	
JURČÍKOVÁ Anežka, PAŘENICA Přemysl, ROSMANIT Miroslav NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ A LABORATORNÍ ZKOUŠKY ŠROUBOVANÝCH MONTÁŽNÍCH SPOJŮ S ČELNÍ DESKOU	63
KALA Zdeněk RELIABILITY ANALYSIS OF THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELLS	71
KALINA Martin NUMERICAL ANALYSIS OF BUCKLING OF VON MISES PLANAR TRUSS	79
KLON Jiří, SOBEK Jakub, VESELÝ Václav NUMERICKÉ SIMULACE TESTU V BIAXIÁLNÍM OHYBU NA KŘÍŽOVÉM TĚLESE Z KVAZIKŘEHKÉHO MATERIÁLU	
KORMANÍKOVÁ Eva DESIGN OPTIMIZATION OF SANDWICH PANELS	97
KRÁLIK Juraj, HUBOVÁ Oľga, KONEČNÁ Lenka CFD SIMULATION OF AIR-FLOW OVER A "QUARTER-CIRCULAR" OBJECT VALIDED BY EXPERIMENTAL MEASUREMENT	103
MICHALCOVÁ Vladimíra, LAUSOVÁ Lenka NUMERICKÝ VÝPOČET AERODYNAMICKÉ DRSNOSTI KOMÍNA OPLÁŠTĚNÉHO VLNITÝM PLECHEM	113

MINÁROVÁ Mária, SUMEC Jozef APPLICATION OF MORE COMPLEX RHEOLOGICAL MODELS IN CONTINUUM MECHANICS	119
MORAVČÍK Milan, MORAVČÍK Martin TRACK DYNAMIC RESPONSE AT LOW FREQUENCIES – DOMINANT FREQUENCIES	129
NOVÁK Lukáš, ŘOUTIL Ladislav, NOVÁK Drahomír IMPLEMETACE DATABÁZE LOMOVĚ-MECHANICKÝCH PARAMETRŮ VYBRANÝCH BETONŮ DO SOFTWARU FREET	143
NOVOTNÁ Eva, ŠEJNOHA Jiří, ŠEJNOHA Michal Převod diagramu síla – průhyb za tříbodového ohybu Na vztah napětí – rozevření trhliny	147
PSOTNÝ Martin BUCKLING AND POSTBUCKLING OF AN IMPERFECT PLATE SUBJECTED TO THE SHEAR LOAD	155
SEITL Stanislav, VISZLAY Viliam, CIFUENTES Hector, CANTELI Alfonso EFFECTS OF SPECIMEN SIZE AND CRACK DEPTH RATIO ON CALIBRATION CURVES FOR MODIFIED COMPACT TENSION SPECIMENS	161
ŠEDA Pavel, ŘOUTIL Ladislav Nelineární analýza mechanické odezvy mostu č. 2-2043-15, e4 Kristineberg, stockholm	171

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 1

Mohamad AL ALI¹, Michal TOMKO²

INFLUENCE OF THE INITIAL IMPERFECTIONS WITH REGARD TO THE WEBS THICKNESSES OF COLD-FORMED COMPRESSED STEEL MEMBERS

Abstract

Local stability requirements related to unfavorable buckling effects of compressed parts of cold-formed profiles are highly significant. Favorable effects related to their post-critical behavior are also important. The paper deals with resistance of these type of members, taking into account the influence of initial imperfections with regard to the thicknesses of their webs. The paper also presents information about experimental and theoretical-numerical research to determine the resistance of cold-formed compressed steel members with closed cross-sections. Obtained results are very extensive; therefore the paper presents results of part of tested and analyzed member.

Keywords

Cold-formed, initial imperfections, post-critical behavior, 3D modeling.

1 INTRODUCTION

The implementation of European standards into the national normative systems of European countries is connected with new methods and procedures for the calculation of cold-formed profiles and members [1 and 2]. This fact led to further investigation using theoretical- numerical analysis accompanied by experimental research. The research, mentioned in this paper, is a continuation of previous research project [3].

The experimental program included cold-formed testing members with square and rectangular cross-sections. Theoretical and numerical analysis has been oriented towards the investigation and modeling of initial imperfection effects, taking into account the influence of the thicknesses of their webs, while the experimental investigation has been realized to investigate the real behavior of these members during the loading process and to verify the obtained theoretical results. Presented results in this paper are chosen for members with rectangular cross-sections, see Figure 1.



Fig. 1: Members with rectangular cross-sections

The members' lengths were designed to eliminate the global stability problems, in order to decide of the members' cross-sectional resistance. On the other hand, different dimensions of designed cross-sections were selected to reflect the post-critical behavior of individual thin webs

¹ Ing. Mohamad Al Ali, PhD., Institute of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Technical University of Košice, Vysokoškolská 4, 04200 Košice, Slovak Republic, phone: (+421) 905 359 228, e-mail: mohamad.alali@tuke.sk.

² Doc. Ing. Michal Tomko, PhD., Institute of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Technical University of Košice, Vysokoškolská 4, 04200 Košice, Slovak Republic, e-mail: michal.tomko@tuke.sk.

during loading processes. In general, the webs of individual members are thin-walled at the compressive strain [4, 5, 6 and 7]. he tested members were made from steel sheets with nominal thickness 2 mm.

The numerical analysis was based on the modelling of actually measured initial imperfections as spatial areas, also on 3D simulations of the experimental tests with non-linear calculation procedures using software ANSYS based on the FEM, [8 and 9]. In the beginning, 3D models of tested members have been created for the comparison with experimental results and to verify the accuracy of numerical simulations. In the next step, 3D models of the same members with thicknesses 3 and 4 mm were created to reflect the impact of initial imperfections with regard to the thicknesses of their webs, see Table 1 and 2.

Members	Geometrical dimensions [mm]					
Cross-sectional group	Marking	b	h	t	r	L
B2	B21, B22, B23	200	100	2	3	650
B3	B31, B32, B33	200	100	3	3	650
B4	B41, B42, B43	200	100	4	3	650

Tab. 1: Designed dimensions for testing and analysis

Mamhara	b	h	t	r	L	\mathbf{f}_{y}	\mathbf{f}_{u}
Wielilders		[[mm]	_		[MPa	a]
B21, B31, B41	207.47	103.18	2, 3, 4	3	650.00	242.33	360
B22, B32, B42	207.93	103.08	2, 3, 4	3	649.88	242.33	360
B23, B33, B43	207.35	102.62	2, 3, 4	3	649.25	242.33	360

Tab. 2: Dimensions and material properties of real members

2 EXPERIMENTAL TESTING METHODOLOGY AND RESULTS

Before testing start, the initial imperfections (initial buckling shapes) of all webs of tested members were measured on previously generated raster [5 and 7]. During consecutive programmed loading of the tested members, the strains ε were measured using resistive strain-gauges located in their middle cross-sections. Deflections (buckling) of the webs w were measured using inductive sensors located in different places according to members lengths. Figure 2 illustrates the concept of the generated raster and arrangement of the test.



Fig. 2: Generated raster (a) and arrangement of the test (b)

The resistive strain-gauges and inductive sensors were connected to the computer for direct evaluation of obtained results. Loading process of each member was regulated according to its real behavior, measured strains ε and deflections w. Each test continued until total failure of tested members, defined by the beginning of continuous increasing strains ε and deflections of the webs w. The final buckling shapes after test finishing were also revealed. Example of the test completion and overall failure of tested member B22 is given by Figure 3.



Fig. 3: Test completion and overall failure - member B22

Taking into account the real-measured dimensions and yield stresses, the resistances of all tested members were calculated according to relevant standards [1 and 2]. Theoretical resistances and experimental limit loads of cross-sectional group B2 are presented in Table 3.

	N _{c,RK}	N _{b,Rky}	N _{b,Rkz}	N _{exp}	Description of the individual limit loads		
Member		[k	N]		N _{c,RK}	Resistance of the cross-section for compression	
B21	194.45	194.45	194.45	171.15	N _{b,Rky}	Buckling resistance of the member for	
B22	200.55	200.55	200.55	164.77	N _{b,Rkz}	compression (in our case $N_{c,Rk} = N_{b,Rk}$)	
B23	191.76	191.76	191.76	173.27	Nexp	Measured experimental limit load	

Tab. 3: Theoretical and experimental limit loads

It is evident from Table 3 that the experimental limit loads are smaller than theoretical resistances calculated according to the relevant standards in the all cases. This serious fact could occur as a result of the unfavorable development of initial imperfections. This unfavorable influence of the initial imperfections is analyzed in detail in the following sections of this paper.

3 ANALYSIS OF THE INITIAL IMPERFECTIONS

The experimental limit loads were smaller than the expected theoretical values for all tested members. One of the possible reasons are the sizes and shapes of initial imperfections. In terms of tolerance values, maximal measured discrete value of the initial imperfection of the webs was 1.51 mm and the maximal tolerated imperfection is given in the standard as b/50, which is 4.15 mm [10]. It follows that the problem is not in the size of these imperfections but in their distribution and shape. The referred standard [10] permits maximal tolerated value b/50 for imperfections in sinusoidal waves form as shown in Figure 4.

The initial imperfections of all tested members were modeled in mathematical software MATLAB as spatial areas. The results showed that none of the webs had uniform initial imperfection shape, and not at all sinusoidal waves form. Figures 5 and 6 illustrate the shape of initial imperfections for the relevant webs of member B21. Midline initial imperfections of all webs are illustrated by graphs in Figure 7.



Fig. 4: Tolerated initial imperfections according to [10]



Fig. 7: Midline initial imperfections of all webs, cross-sectional group B2

The overall analysis of the initial imperfections shapes for all tested members indicates that the expected tolerated shape in the relevant standard [10] is theoretical and cannot be achieved realistically. However, the sinusoidal waves form is the most unfavorable and any other shape would be safer in terms of stability. The spatial areas in Figures 5 and 6, also the graphs in Figure 7, clearly declare that the initial imperfection is a random variable and must be more precisely reflected in the calculation procedure. For these reasons detailed theoretical and numerical analysis were performed using software based on the FEM – ANSYS.

4 CREATED MODELS AND EXPERIMENT SIMULATION

Volume shell finite element SOLSH190, quad and triangular, was used to create the calculation models. The finite element SOLSH190 is usually used for the simulation of shell structures with wide range of thicknesses. This kind may be used to solve the geometrical and physical nonlinear problems [11, 12 and 13]. This element with eight connecting nodes has three degrees of freedom at each node, see Figure 8.



Fig. 8: Shell element SOLSH190 and integration points

Each of the 3D calculation models contains 4 182 nodes and 4 100 shell elements. Boundary conditions of the modeled, axially compressed, members were defined by two-sided hinged connections. Elastic-plastic material with hardening was considered. This material is characterized by a bilinear approximation of the strain-stress diagram of steel. The measured value of yield stress $f_y = 242,33$ MPa and the hardening modulus $E_{hard} = 2800$ MPa were considered. The plastic zones method was used here.

The concept of calculation model configuration and the mesh of volume shell finite elements SOLSH190 are presented in Figure 9.



Fig. 9: Configuration of the calculation model (a) and volume shell finite elements mesh (b)

Two types of calculation models were used to verify the initial imperfections effect:

- Calculation models which consider the initial imperfections of the webs.

- Calculation models which do not consider the initial imperfections of the webs.

The applied load was transformed to the middle-plane of the shell elements with sequential loads increasing until the initial appearance of plastic zone (on the internal surface of the web). By the continuation of sequential load increasing, the development of plastic zone manifested over the external surface of the web. The sequential loading was monitored until the divergence of the calculation (collapse of the member).

Figure 10 illustrates the resistances obtained by calculation according to relevant standard, by numerical (FEM) simulations and by experimental investigation of tested members B21, B22 and B23.

Figure 10 indicates the conformity between theoretical calculation according to EN 1993-1-3:2006 and FEM simulation – without considering the initial imperfections. This figure also indicates the conformity between experimental results and FEM simulation – taking into account the initial imperfections. This fact proves the correctness of ideas and procedures in creating the calculation models, i.e. these calculation models can be used for further analysis and calculations. According to this detailed analysis, the same method were used to create models with different thicknesses.



Fig. 10: Resistances of members B21, B22 and B23

5 RELATIONSHIP BETWEEN THE INITIAL IMPERFECTIONS AND THICKNESSES

In accordance with Table 2, members of webs thickness 2 mm were modeled with a thicknesses 3 mm and 4 mm. All other parameters including geometrical dimensions, initial imperfections and material properties were maintained. Obtained results are illustrated in the following figures.



Fig. 11: Equivalent stress and equivalent plastic strain - member B22

In the case of members with webs thickness 2 mm, the overloading effected the redistribution of initial imperfections and the broadening of plastic zones over the surface in the upper part of the length. In the beginning, the maximal equivalent stress appeared in the same place and broadened at the down part under the middle of the length, see Figure 11.

In the case of members with thickness 3 mm, the redistribution of initial imperfections had different development. The broadening of plastic zones over the surface appeared in the down part of the length. The maximal equivalent stress appeared in the same place and broadened at the upper part above the middle of length, see Figure 12.

The situation in the case of members with thickness 4 mm is very similar to the case with the thickness 3 mm. The broadening of plastic zones also appeared in the down part of the length. The maximal equivalent stress has appeared on a smaller scale at the lower part of the member and broadened at the upper part above the middle of the length, see Figure 13.



Fig. 12: Equivalent stress and equivalent plastic strain - member B32



Fig. 13: Equivalent stress and equivalent plastic strain - member B42

6 RESULTS AND THEIR ANALYSIS

Following the above mentioned ideas and procedures, the resistances of all members with webs thicknesses 2 mm, 3 mm and 4 mm have been determined. For improved illustration of the resistances, obtained by the calculation according to relevant standard and by FEM numerical simulations, graphical representation of their values is given by Figures 14, 15, 16 and 17.



Fig. 14: Obtained results and resistances, members B21, B22 and B23



Fig. 15: Obtained results and resistances, members B31, B32 and B33



Fig. 16: Obtained results and resistances, members B41, B42 and B43



Fig. 17: Comparison of obtained results for all considered members

Figure 14 illustrates the results of cross-sectional group B2, i.e. members with 2 mm thick webs (see also Tab. 3 and Fig. 10). This figure indicates the serious influence of initial imperfections and suggests that the calculation according to relevant standard is not on the safe side. From this figure it is evident that the zone between plasticization beginning and failure is very small.

Figures 15 and 16 illustrate the results of cross-sectional groups B3 and B4, i.e. members with 3 mm and 4 mm thick webs. These figures indicate the receding of the initial imperfections effect and suggest that the calculation according to relevant standard is on the safe side. Figures 15 and 16 also indicate that the zones between plasticization beginning and failure are markedly bigger. The comparison of individual results for all considered members is given by Figure 17.

7 CONCLUSIONS

According to obtained experimental results, basing on data acquired from the calculation models and from the theoretical-numerical analysis it is evident, that the resistances of compressed cold-formed steel members are significantly influenced by initial imperfections and/or by the initial buckling shapes of their individual webs.

Reached conformity between theoretical calculation according to EN 1993-1-3 and FEM simulation – models without initial imperfections, obtained conformity between experimental results and FEM simulation – taking into account the initial imperfections prove the correctness of ideas and procedures in creating of the calculation models, i.e. these calculation models can be used for further analysis and calculations, see Figure 10.

Previous analysis suggests that the initial imperfections and initial buckling shapes have a serious impact on the resistance of compressed cold-formed members with webs thickness up to 2 mm. At bigger thicknesses the influence of initial imperfections recedes. It has also been found that the intervals between plasticization beginning and failure are markedly higher at bigger thicknesses, see Figure 17.

Large-scale theoretical analysis and experimental research were applied on 18 cold-formed compressed members with different cross-sections of thickness 2 mm. Obtained results from theoretical analysis, experimental tests and numerical simulations of all tested members indicate that the initial buckling shapes and imperfections reduced the resistance of these members and the relevant standard, [1] got to the unguarded side, see Table 3 and Figure 10. This detection raises the question: How to deal with thicknesses up to 2 mm?

ACKNOWLEDGMENT

This paper is carried out within the research project VEGA 1/0582/13 "The elastic-plastic behavior of compressed thin-walled cold-formed steel elements and stress-strain analysis of welded steel beams", supported by the Scientific Grant Agency of the Ministry of Education of Slovak Republic and Slovak Academy of Sciences.

REFERENCES

- [1] EN 1993-1-3:2006: Design of steel structures Part 1-3: Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. CEN, Brussels 2006.
- [2] EN 1993-1-5:2006: Design of steel structures Part 1-5: Plated structural elements. CEN, Brussels 2006.
- [3] JUHÁS, P. & et al. *The elastic-plastic behavior and stress-strain analysis of framed and flat structural members made from steel and composite materials.* Research report to project VEGA 1/0673/10. Košice Slovakia, 2010-2011.
- [4] AL ALI, M. & et al. Resistance of Compressed Thin-Walled Cold-Formed Steel Members with Regard to the Influence of Initial Imperfections. In: International Conference Proceedings *Design, Fabrication and Economy of Metal Structures*. Miskolc – Hungary, 2013, pp. 113-120, ISBN 978-3-642-36690-1.

- [5] AL ALI, M. & et al. Analysis of the resistance of thin-walled cold-formed compressed steel members with closed cross-sections, Part 1. *Magazine of Civil Engineering*. 2013, Nr. 5(40), pp. 38-43. ISSN 2071-4726.
- [6] AL ALI, M. & TOMKO, M. Analysis of the resistance of thin-walled cold-formed compressed steel members with closed cross-sections, Part 2. *Magazine of Civil Engineering*. 2014, Nr. 1(45), pp. 53-58. ISSN 2071-4726.
- [7] AL ALI, M. Compressed Thin-Walled Cold-Formed Steel Members with Closed Cross-Sections. Advanced Materials Research. 2014, Vol. 969, pp. 93-96. ISSN 1022-6680, DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.969.93
- [8] GARIFULLIN, M. & VATIN, N. Buckling analysis of thin-walled cold-formed beams short review. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2014, Nr. 6(21), pp. 32–57. ISSN 2304-6295.
- [9] GARIFULLIN, M. & NACKENHORST, U. Computational analysis of cold-formed steel columns with initial imperfections. *Procedia Engineering*. 2015, Volume 117, Issue 1, pp 1078-1084. ISSN 1877-7058, DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.239
- [10] EN 1090-2+ A1:2012 Execution of steel structures and aluminium structures Part 2: Technical requirements for steel structures, CEN, Brussels 2011.
- [11] AL ALI, M. & et al. Stress-strain analysis of thin-walled compressed steel members with closed cross-sections. *Selected Scientific Papers - Journal of Civil engineering*. 2011, Volume 17, Issue 1, pp. 85-96. ISSN 1336-9024.
- [12] ANSYS Inc. Release 9.0 Documentation for ANSYS [online], Canonsburg: November 2004. 1062 p. ttp://www1.ansys.com/customer/content/documentation/90/ansys/a_thry90.pdf
- [13] ANSYS Inc. Release 11.0, Documentation for ANSYS [online], 2011: www.kxcad.net

Reviewers:

Prof. Ing. Marcela Karmazínová, CSc., Institute of Metal and Timber Structures, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Czech Republic.

Doc. Ing. Vít Křivý, Ph.D., Department of Building Structures, Faculty of Civil Engineering, VŠB – Technical University of Ostrava, Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 2

Vít KŘIVÝ¹, Kateřina KREISLOVÁ², Viktor URBAN³

ZHODNOCENÍ VÝVOJE PATINY NA TRÁMOVÝCH MOSTECH S HORNÍ MOSTOVKOU NAVRŽENÝCH Z PATINUJÍCÍCH OCELÍ

EVALUATION OF PATINA DEVELOPMENT ON GIRDER BRIDGES WITH THE ROADWAY ABOVE THE SUPPORT DESIGNED FROM WEATHERING STEELS

Abstrakt

Článek se zabývá zhodnocením vývoje korozních produktů na nosných konstrukcích trámových mostů s horní mostovkou navržených z ocelí se zvýšenou odolností proti atmosférické korozi, tzv. patinujících ocelí. Uvedena je základní metodika hodnocení vývoje korozních produktů včetně výsledků experimentálního měření. V článku jsou rovněž uvedeny a diskutovány příklady typických poruch ve vývoji patiny.

Klíčová slova

patinující ocel, mosty, ocelové konstrukce, patina, koroze, atmosférické korozní zkoušky

Abstract

The paper deals with the evaluation of corrosion products on load-bearing structures of girder bridges with upper bridge deck that are designed from structural steels with improved atmospheric corrosion resistance, so-called weathering steels. The basic methodology for evaluation of corrosion processes including the results of experimental measurement is introduced in this paper. Typical failures in development of corrosion products also stated and discussed.

Keywords

Weathering steel, bridges, steel structures, patina, corrosion, atmospheric corrosion tests.

1 ÚVOD

Konstrukční patinující oceli se pro realizaci různých typů venkovních nosných konstrukcí ve stavu bez protikorozní povrchové úpravy používají ve světě (USA, Německo, Japonsko, Jižní Korea, Francie, Švýcarsko aj.) i v České republice již asi 50 let [1 - 4].

V České republice se tyto oceli po několika ověřovacích konstrukcích v 70. a 80. letech minulého století velmi rychle prosadily pro konstrukce budov, stožárů a zejména pro řadu významných mostních konstrukcí. V tomto dlouhém období bylo možné formulovat a prakticky ověřit hlavní zásady pro optimální navrhování konstrukcí z patinujících ocelí, důležité konstrukční zásady, výrobní postupy a racionální údržbu, nutné pro zajištění jejich dlouhodobé životnosti a spolehlivé funkce [5].

¹ Doc. Ing. Vít Křivý, Ph.D., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 363, e-mail: vit.krivy@vsb.cz.

² Ing. Kateřina Kreislová, Ph.D., SVÚOM, s.r.o., U Měšťanského pivovaru 934/4, 170 00 Praha 7 – Holešovice, tel.: (+420) 220 801 297, e-mail: kreislova@svuom.cz.

³ Ing. Viktor Urban, Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 925, e-mail: viktor.urban@vsb.cz.

S využitím dřívějších zkušeností z realizace a provozního hodnocení starších konstrukcí byla po roce 2000 v České republice realizována řada nových velkých a významných konstrukcí, ve kterých již bylo možné v plném rozsahu využít příznivé vlastnosti patinujících ocelí i dlouhodobě ověřené poznatky výzkumných pracovníků a projektantů ocelových konstrukcí. Jsou to především velké dálniční a silniční mosty v oblasti Ostravska a mosty na dálnici D8 [6].

V rámci výzkumných aktivit autorů článku bylo v nedávné době provedeno základní hodnocení korozního vývoje na většině trámových mostů s horní mostovkou situovaných na území České republiky. Základní metody hodnocení patiny použité při prohlídkách mostů jsou uvedeny v části 2.1. Obecné zhodnocení vývoje korozních produktů je uvedeno v části 2.2. Podrobnější hodnocení korozních procesů, zahrnující realizaci experimentálních atmosférických korozních zkoušek [7], bylo provedeno na 8 trámových mostech s horní mostovkou navržených z patinující oceli Atmofix B (S355J2W), viz tabulka 1. Výsledky experimentálního měření tlouštěk korozních produktů včetně jejich základního statistického vyhodnocení jsou uvedeny v části 2.3. Příklady typických poruch ve vývoji patiny a doporučených konstrukčních řešení jsou uvedeny v části 2.4.

Tab. 1: Trámové mosty s horní mostovkou zahrnuté do experimentálních atmosférických korozních zkoušek [7]

Testovaná konstrukce	Počátek expozice ocelové konstrukce	Počet testovaných povrchů
01 - Silniční most přes řeku Ostravici ve Frýdku-Místku	1986	8
02 - Železniční most v Praze - Motole	1981	8
03 - Silniční most přes trať ČD na silnici II/470 v Ostravě	2008	16
04 - Silniční most přes řeku Odru na silnici II/470 v Ostravě	2008	8
05 - Silniční most přes trať ČD na silnici I/56 v Ostravě	2008	9
06 - Silniční most na ulici Opavské přes dálnici D1 v Ostravě	2001	12
07 - Silniční most na ulici Opavské přes trať ČD v Ostravě	1983	6
08 – Silniční most přes řeku Opavu na silnici I/11 v Opavě	2008	9

2 POZNATKY Z PROHLÍDEK MOSTNÍCH KONSTRUKCÍ ZAMĚŘENÝCH NA ZHODNOCENÍ VÝVOJE KOROZNÍCH PRODUKTŮ

2.1 Základní metody hodnocení patiny použité při prohlídkách mostních konstrukcí

Základní metodou hodnocení vývoje korozních produktů na mostní konstrukci je vizuální kontrola, která se zaměřuje především na následující oblasti a problémy:

- posoudit, zda se na konstrukci vyvinula rovnoměrná a dostatečně ochranná patina, určit oblasti s porušenou nebo nedostatečně ochrannou patinou;
- zjistit, zda se na některých částech konstrukce shromažďují a ve větším množství zadržují nečistoty, prach či spad rzi, které mohou způsobit, že v daném místě je povrch oceli dlouhodobě vystaven zvýšené vlhkosti;
- zjistit, zda se na některých částech konstrukce trvale zadržuje voda, nebo zda je v těsné blízkosti konstrukce vegetace, která způsobuje zvýšené ovlhčování konstrukce;
- zjistit, zda je povrch konstrukce kontaminován zbytky stavebních materiálů, barev nebo jiných nečistot;
- zjistit, zda je ocelová konstrukce v místě kotvení v přímém kontaktu se zeminou, sutí, násypy či jinými usazenými nečistotami a posoudit stav betonových základů;
- zjistit, zda dochází k pronikání vody přes netěsné dilatace nebo mostní závěry a zda přitom dochází k přímému smáčení ocelové konstrukce;

- posoudit, zda je systém odvodnění konstrukce spolehlivý a funkční;
- posoudit, zda dochází k zatékání do uzavřených dutých prvků nebo komorových průřezů;
- zjistit, zda v detailech šroubových spojů dochází ke vzniku spárové koroze;
- zjistit, zda na provozované konstrukci byly prováděny dodatečné úpravy

Ochranná schopnost patiny byla u všech mostních konstrukcí rovněž hodnocena na základě podílů přilnavých a nepřilnavých podílů vrstvy rzi. Metoda "otisků z vrstvy rzi" spočívá v pevném přitlačení samolepící pásky na povrch konstrukčního prvku. Páska se sejme kolmo k povrchu a na bílém podkladu se hodnotí velikost a četnosti ulpělých částic rzi, viz obrázek 1. Velikost částic menších než 1 mm, jemné a rovnoměrné částice jsou typické pro ochranné patiny. Patiny vytvořené na površích, které nejsou vystaveny přímým dešťovým srážkám, vykazují relativně vysoký podíl drobných nesoudržných částic. Zvyšující se podíl sejmutých částic rzi s velikostí nad 5 mm ukazuje na sníženou ochrannou účinnost vrstvy rzi, viz obrázek 2. Podrobně vypracovaný systém hodnocení ochranných vlastností patiny na základě velikosti nepřilnavých částic a tloušťky vrstvy korozních produktů lze nalézt v [8].



Obr. 1: Příklady umístění samolepících pásek na typických plochách konstrukce (vlevo – silniční most přes řeku Opavu na dálnici D1 v Ostravě, vpravo - železniční most v Praze - Motole)



Obr. 2: Otisk z vrstvy rzi (most přes řeku Ostravici ve Frýdku-Místku): vlevo - otisk rzi z vnitřní plochy ovlivněné zatékáním; vpravo - otisk rzi z vnitřní plochy s příznivým vývojem patiny

Na typických plochách trámových mostů bylo provedeno systematické měření tloušťky korozních produktů, které lze použít pro statistické vyhodnocení korozních procesů. Měření tloušťky korozních produktů se provádí běžnými tloušťkoměry na magneticko-indukčním principu, protože vrstva korozních produktů je nemagnetická. Na základě měřených hodnot průměrné tloušťky korozních vrstev je možné poměrně spolehlivě odhadnout stupeň ochranných vlastnosti patiny [9]:

- u plně ochranné patiny je tloušťka vrstvy v rozmezí 60 až 350 μm;
- na plochách s průměrnou tloušťkou vrstvy 350 až 600 µm může patina stále vykazovat potřebné ochranné vlastnosti, pro určení reálných hodnot korozních rychlostí však je

potřebné provést podrobnější zkoumání (měření zbytkových tlouštěk materiálu, analýza korozních vrstev, atmosférické korozní zkoušky [7]);

 pokud průměrná tloušťka korozní vrstvy je větší než 600 µm, potom již patina pravděpodobně nebude mít dostatečně ochranné vlastnosti. Vrstvy s průměrnou tloušťkou nad 600 µm jsou obvykle snadno identifikovatelné vizuální prohlídkou, vrstvy jsou velmi objemné, nepřilnavé a odlupují se z povrchu konstrukce.

U vybraných konstrukčních prvků posuzovaných mostů byly ultrazvukovou metodou změřeny reálné tloušťky. Měření zbytkových tlouštěk bylo prováděno především v případech, kdy na základě výše uvedených metod hodnocení vývoje korozních produktů vzniklo podezření na omezení ochranné funkce patiny. Pomocí měření reálných tlouštěk konstrukčních prvků lze prokázat, zda hodnocená porucha ve vývoji korozních produktů je pouze vizuální nebo zda dochází k významnému oslabování nosného prvku. Aby bylo možné vyhodnotit vliv poruchy, bylo vždy provedeno srovnávací měření na totožné ploše stejného konstrukčního prvku, avšak s vizuálně příznivým vývojem patiny.

2.2 Obecné zhodnocení vývoje korozních produktů

Všechny hodnocené mosty byly navrženy jako trámové s horní mostovkou, ať již ocelovou ortotropní nebo železobetonovou. Toto konstrukční řešení mostu je vhodné pro aplikaci patinujících ocelí. U mostů pozemních komunikací s horní mostovkou totiž nedochází k přímému kontaktu mezi povrchem ocelové nosné konstrukce a vodou z vozovky, která v zimním období obsahuje chemické rozmrazovací látky.

Z provedených prohlídek zaměřených na zhodnocení vývoje korozních produktů vyplývá, že na všech posuzovaných mostních konstrukcích se vytvořila dostatečně ochranná vrstva korozních produktů. V případech, kdy byly na mostní konstrukci identifikovány významné poruchy ve vývoji patiny, měly tyto poruchy vždy lokální charakter. Například u mostů na dálnici D1 u Ostravy, které mají hlavní nosníky ve tvaru svařeného I průřezu, představují plochy s poruchami patiny maximálně 2 % ze všech exponovaných povrchů ocelové konstrukce mostu. U mostů s komorovými hlavními nosníky bylo identifikováno maximálně 0,1 % korozně poškozených ploch.

Nejčetnější příčinou vedoucí k lokálním poruchám ve vývoji patiny jsou netěsnosti v systému odvodnění mostů a mostních závěrů. Poruchy jsou však způsobeny i jevy, které se při návrhu konstrukce složitěji předvídají, například prostup vlhkosti a nečistot širokým zrcadlem mezi souběžnými konstrukcemi mostů v podélném oblouku. Podrobnější rozbor jednotlivých typů poruch je uveden v kapitole 2.4.

Za korozně významné poruchy ve vývoji patiny lze označit všechny poruchy, které z krátkodobého či dlouhodobého hlediska mohou vést ke staticky nepřijatelnému koroznímu oslabování konstrukce. Nepřijatelné je rovněž korozní poškození konstrukce, které snižuje únavovou odolnost konstrukčních detailů oproti hodnotám předpokládaným projektem [10 - 12].

Některé nedostatky ve vzhledu patiny nemají charakter staticky významných poruch a lze je proto označit za poruchy vizuální. U těchto poruch nedochází k nepřijatelnému koroznímu oslabování konstrukce. Tloušťka korozních produktů v oblasti zasažené vizuální poruchou je obdobná jako u sousedních poruchou nezasažených ploch. Velikost a četnost částic ulpělých na otisku vrstvy rzi se oproti sousedním plochým příliš neodlišuje.

Typickou vizuální poruchou patiny u mostů z patinujících ocelí je tmavší a mírně objemnější patina v dolní části stěn vysokých I nosníků nebo komorových nosníků, viz obrázek 3. Tento jev nastává pouze na vnějších stěnách hlavních nosníků. Změna v barvě a struktuře patiny je způsobena vyšším ovlhčením stěny v oblasti připojení dolní pásnice (na pásnici se zadržuje více vlhkosti, nečistot a v zimním období také sníh). Experimentální měření provedená na mostních konstrukcích potvrdila, že takto vizuálně ovlivněná patina je dostatečně ochranná a že nedochází k výraznějšímu oslabování v porovnání s výše umístěnými částmi stěny [7]. Závažné poruchy byly zjištěny pouze pod netěsnými mostními závěry nebo při silně zanedbané údržbě.



Obr. 3: Vizuálně ovlivněná patina na stěně hlavních nosníků v oblasti napojení dolní pásnice: vlevo – železniční most v Praze - Motole; vpravo – silniční most v Bělotíně

U mostních konstrukcí s vysokými nosníky mohou vznikat na stěnách nosníků charakteristické svislé stopy po stékající zkondenzované vlhkosti. Vzdušná vlhkost kondenzuje především v horní části stěny a na dolní ploše horní pásnice. Ochranná funkce patiny není stékající zkondenzovanou vlhkostí ovlivněna.

Objemnější korozní produkty ve srovnání se stěnou hlavních nosníků trámových mostů s horní mostovkou vznikají na pásnicích nosníků – konkrétní údaje pro mosty uvedené v tabulce 1 jsou uvedeny v kapitole 2.3. Odlišná tloušťka korozních produktů na různých typických plochách nosné konstrukce je přirozený jev [9]. Pokud ustálená tloušťka vrstev rzi nepřesahuje hodnotu 350 µm, pak má patina plně ochranné vlastnosti.

2.3 Experimentální měření tloušťky vrstev korozních produktů

V následující kapitole jsou uvedeny výsledky experimentálního měření tlouštěk korozních produktů, které se vyvinuly na typických plochách mostních konstrukcí uvedených v tabulce 1. Na každé hodnocené ploše bylo provedeno a statisticky vyhodnoceno 30 měření. Zjištěné hodnoty průměrných tlouštěk korozních produktů jsou uvedeny v tabulce 2. Výsledky měření uvedené v tabulce 2 odpovídají typickým povrchům mostních konstrukcí s vizuálně příznivým vývojem korozních produktů, povrchy nejsou vystaveny zatékání z netěsného systému odvodnění mostu.

Hodroconý novnoh		Testované konstrukce (viz tabulka 1)						
Houndeeny povien	01	02	03	04	05	06	07	08
Průměrné tloušťky korozních pr	Průměrné tloušťky korozních produktů na typických plochách nosné konstrukce mostů [µm]							
(v závorce jsou	uvedeny	hodnoty	variačnih	io koefic	ientu V _x)			
Vnější stěna hlavního nosníku	76,3	81,8	60,9	59,4	63,7	127,1	90,9	67,4
	(0,21)	(0,32)	(0,25)	(0,22)	(0,27)	(0,36)	(0,29)	(0,37)
Vnější stěna hlavního nosníku v oblasti	101,4	146,0	72,7	79,8	61,4	183,7	-	68,5
nad dolní pásnicí	(0,35)	(0,28)	(0,40)	(0,35)	(0,28)	(0,30)		(0,33)
Vnitřní stěna hlavního nosníku	76,9	96,8	77,6	65,7	53,6	110,3	108,9	68,5
	(0,19)	(0,38)	(0,25)	(0,28)	(0,29)	(0,24)	(0,22)	(0,27)
Horní vnější povrch dolní pásnice	207,0	206,3	149,6	134,8	91,3	272,0	-	120,4
hlavního nosníku	(0,26)	(0,19)	(0,21)	(0,25)	(0,25)	(0,18)		(0,23)
Horní vnitřní povrch dolní pásnice hlavního nosníku	167,9 (0,22)	234,9 (0,26)	121,1 (0,14)	125,4 (0,25)	91,7 (0,28)	-	-	122,0 (0,23)
Podhledová plocha horní pásnice	104,5	185,7	113,9	108,2	105,3	134,1	114,2	102,3
hlavního nosníku nebo plech mostovky	(0,25)	(0,23)	(0,28)	(0,34)	(0,25)	(0,27)	(0,19)	(0,23)
Podhledová plocha dolní pásnice	-	80,1	118,0	73,6	66,7	158,4	168,2	112,8
hlavního nosníku		(0,28)	(0,30)	(0,48)	(0,24)	(0,31)	(0,26)	(0,28)

Tab. 2: Průměrné tloušťky korozních produktů na typických plochách nosné konstrukce mostů

Mostní konstrukce zahrnuté do programu experimentálního měření se nacházejí v odlišných lokalitách, mosty navíc nejsou stejně staré. Pro vyhodnocení vlivu polohy na průběh korozních procesů proto není příliš vhodné srovnávat absolutní hodnoty experimentálně zjištěných údajů z různých konstrukcí. Za srovnávací kritérium byly proto zvoleny poměrové veličiny vztažené k vhodné referenční ploše, za kterou byla zvolena vnější stěna hlavních nosníků mostu. Doba expozice u mostů postavených v roce 2008 byla v době měření 7 let - vrstva korozních produktů už je poměrně stabilní, i když nelze vyloučit další mírný nárůst korozních tlouštěk v průběhu další expozice.

V základním statistickém zhodnocení experimentálně změřených výsledků jsou uvedeny průměrné hodnoty (m_x) a variační koeficienty (V_x) zjištěných poměrů tlouštěk korozních produktů. Z praktického hlediska je vhodné rovněž určit hraniční hodnoty očekávaných výsledků, například 5% a 95% kvantil. U zjištěných poměrů tlouštěk korozních produktů se předpokládá normální rozdělení náhodné veličiny, pro odhad kvantilů lze proto použít vztahy uvedené v Eurokódech [13]:

$$x_{0,05} = m_x (1 - k_n V_x) \tag{1}$$

$$x_{0,95} = m_x (1 + k_n V_x) \tag{2}$$

Hodnota koeficientu k_n je závislá na rozsahu náhodného výběru (pro n = 6 je $k_n = 2,18$; pro n = 7 je $k_n = 2,09$; pro n = 8 je $k_n = 2,00$).

Z hodnot uvedených v tabulce 2 vyplývá, že nejvíce objemné vrstvy korozních produktů se vytvořily na horních površích dolních pásnic hlavních nosníků. Průměrná hodnota tloušťky patiny na vnějších pásnicích je 2,19x vyšší ve srovnání s přilehlou vnější stěnou hlavního nosníku (variační koeficient uvedeného poměru je $V_x = 0,19$; 5% kvantil $x_{0.05} = 1,32$; 95% kvantil $x_{0.95} = 3,05$). Maximální průměrná hodnota 272,0 µm nepřekračuje doporučenou přípustnou hodnotu pro plně ochranné patiny rovnou 350 µm [9]. Pro vnitřní pásnice byla ve srovnání s vnějšími pásnicemi zjištěna mírně nižší průměrná hodnota poměru tlouštěk vrstvy rzi mezi hodnocenou a referenční plochou. Ve vztahu k referenční vnější stěně hlavního nosníku jsou průměrné tloušťky korozních produktů přibližně 2,08x vyšší (variační koeficient uvedeného poměru je $V_x = 0,21$; 5% kvantil $x_{0.95} = 1,13$; 95% kvantil $x_{0.95} = 3,04$).

Objemnější vrstva korozních produktů se četněji vytváří v dolní vnější části stěn hlavních nosníků, tj. v oblasti připojení dolní pásnice. Průměrná tloušťka korozních produktů na stěně v oblasti přilehlé k dolní pásnici je přibližně 1,31násobkem hodnot na běžné, referenční, ploše stěny (variační koeficient uvedeného poměru je $V_x = 0,19$; 5% kvantil $x_{0,05} = 0,77$; 95% kvantil $x_{0,95} = 1,84$).

Z porovnání korozních procesů na vnějších a vnitřních stěnách hlavních nosníků vyplývá, že tloušťky korozních vrstev se na obou typech povrchů příliš neliší – průměrné tloušťky na vnitřních površích jsou 1,06násobkem průměrných tlouštěk vnějších referenčních povrchů (variační koeficient uvedeného poměru je $V_x = 0,14$; 5% kvantil $x_{0.05} = 0,77$; 95% kvantil $x_{0.95} = 1,35$).

Vyšší tloušťky korozních produktů byly v porovnání s referenční vnější stěnou změřeny na podhledových plochách. U podhledové plochy horní pásnice, popř. plechu ortotropní mostovky, byl změřen 1,60násobek průměrné tloušťky korozních produktů referenční stěny (variační koeficient uvedeného poměru je $V_x = 0,23$; 5% kvantil $x_{0,05} = 0,88$; 95% kvantil $x_{0,95} = 2,33$). U podhledové plochy dolních pásnic jsou průměrné tloušťky korozních produktů 1,42x vyšší ve srovnání s referenční plochou (variační koeficient uvedeného poměru je $V_x = 0,25$; 5% kvantil $x_{0,05} = 0,67$; 95% kvantil $x_{0,95} = 2,18$).

2.4 Závislost mezi konstrukčním řešením mostu a poruchami ve vývoji patiny

V následující části jsou uvedeny nejčastější příčiny poruch ve vývoji ochranné patiny na mostních konstrukcích s horní mostovkou. Pozornost je věnována vhodným konstrukčním opatřením, pomocí kterých lze u nově navrhovaných konstrukcí minimalizovat riziko vzniku poruch. Některá doporučení lze také využít při opravách korozně poškozených částí konstrukcí.

Netěsnost mostních závěrů je jednou z nejčastějších příčin významných poruch vývoje patiny u mostů pozemních komunikací. Při návrhu mostních konstrukcí z patinujících ocelí je proto potřeba

eliminovat počet mostních závěrů na minimum. Toho lze dosáhnout především návrhem spojitých mostních konstrukcí. Další možností je navrhování integrovaných mostů [14], u kterých je hlavní nosná konstrukce mostu spojena se spodní stavbou do jednoho konstrukčního celku a potřeba mostních závěrů zcela odpadá. V průběhu návrhové životnosti mostní konstrukce by mělo docházet k pravidelné kontrole a údržbě mostních závěrů. Tento důležitý předpoklad často není u reálně provozovaných konstrukcí naplněn, a proto je vhodné již při návrhu nosné konstrukce mostu preventivně uvážit situaci, kdy dojde k poruše těsnosti mostního závěru a k následnému zatékání vody a nečistot z vozovky. Ukončení nosné konstrukce nad opěrou se proto doporučuje navrhnout tak, aby ani při porušení těsnosti mostního závěru nedocházelo k významnému zatékání na nechráněnou ocelovou konstrukci [9], viz obrázek 4.



Obr. 4: Vhodné ukončení nosné konstrukce mostu u opěry; vlevo – doporučené rozměry; vpravo – silniční most v Brně

Vhodným konstrukčním opatřením je návrh šikmých plechů mezi stěnou hlavního nosníku a hranou dolní pásnice u nosných profilů tvaru I, viz obrázek 5. Šikmé plechy mohou plnit různé funkce – zabraňují přístupu nepovolaných osob na nosnou konstrukci mostu, lze je využít i staticky a v neposlední řadě zabraňují pronikání vody a nečistot na horní plochu dolní pásnice a přilehlou část stěny v místě opěry. Šikmé plechy je proto vhodné navrhovat především v oblasti ukončení hlavních nosníků u opěry mostu. Z korozního hlediska je optimální navrhovat šikmý plech na délku přibližně 1,5násobku výšky ocelové konstrukce od ukončení hlavního nosníku. Šikmé plechy je vhodné navrhovat také u příčných výztuh nosných profilů tvaru I, a to především v případech, kdy panuje obava z možné kumulace nečistot a spadu rzi v oblasti napojení příčné výztuhy na dolní pásnici hlavního nosníku, například u příčných výztuh nad pilíři mostu, tvořících bariéru vodě stékající po dolní pásnici hlavního nosníku z důvodu podélného sklonu nebo nadvýšení konstrukce.



Obr. 5: Příklady realizace šikmých plechů: vlevo – šikmý plech u opěry; vpravo – šikmý plech u svislé výztuhy nad pilířem

Připojení příčné konzoly na hlavní nosník je potřeba konstrukčně vyřešit tak, aby nemohlo docházet ke kumulaci prachu, nečistot a uvolněné rzi. Vzniklý kout je vhodné zakrýt šikmým plechem, například podle obrázku 6. Příklad nevhodného řešení připojení příčné konzoly na hlavní nosník, kdy dochází k zadržování nečistot v koutu bez šikmého plechu, je uveden na obrázku 7.



Obr. 6: Doporučené připojení příčné konzoly na hlavní nosník [9]



Obr. 7: Příklad připojení příčné konzoly na hlavní nosník – v koutu se kumulují nečistoty

Jednou z nejčetnějších příčin poruch ve vývoji patiny je zatékání ze systému odvodnění mostu. Zatékání ze systému odvodnění je často zapříčiněno vandalizmem, nekvalitní realizací či nedostatečnou kontrolou a údržbou provozovaných konstrukcí. K minimalizaci poruch od zatékání lze však přispět i vhodným návrhem systému odvodnění. Svislé odtokové trubky procházející deskou mostovky mají mít dostatečnou délku, aby i při silném větru nedocházelo ke smáčení ocelové konstrukce pod deskou (příklad závažné poruchy od chybějící odvodňovací trubky izolace mostovky je uveden na obrázku 8). Počet odtokových trubek má být minimální. Optimální je takovýto systém odvodnění vůbec nenavrhovat a používat podélný odvodňovací systém.



Obr. 8: Příklad lokální poruchy od zatékání z nefunkčního systému odvodnění

U mostů, které jsou tvořeny dvěma souběžnými samostatnými konstrukcemi, je potřeba zabránit pronikání nečistot a vlhkosti do vnitřního prostoru mezi oběma mosty, viz obrázek 9. Vnitřní nosníky totiž nejsou dostatečně větrány, nečistoty a odstřikující voda z vozovky se tak snadno usazují na dolních pásnicích. Problémy mohou nastat především u souběžných mostů s širokým nezakrytým zrcadlem, které jsou ve směrovém oblouku (výšková úroveň okrajů mostů v zrcadle je odlišná - nečistoty a odstřikující voda z vozovky se koncentrují na dolní pásnici mostu s vyšší úrovní okraje v zrcadle mostu).



Obr. 9: Souběžné mostní konstrukce

Prostor mezi souběžnými konstrukcemi je potřeba nepropustně zakrýt v oblasti "parkovacích" pozic revizních lávek, viz obrázek 10. Zároveň je potřeba dostatečně účinně vyřešit systém odvodnění lávek, aby nemohlo docházet ke zvýšenému ovlhčování přilehlé ocelové konstrukce od vody stékající z revizní lávky.



Obr. 10: "Parkovací" pozice revizních lávek mostů – příklady: vlevo – dostatečné zakrytí zrcadla mezi souběžnými mosty; vpravo – lokální porucha patiny od zatékání z revizní lávky

Při návrhu mostních konstrukcí s omezeným provětráváním, které vedou nad provozovanou silniční komunikací, je potřeba uvážit možný efekt usazování chloridů na nepřímo ovlhčovaných plochách dolních pásnic mostů. Jedná se především o mosty, které svým konstrukčním řešením vytvoří lokální mikroklima podobné podmínkám v tunelech. Panuje-li obava z možného usazování chloridů na dolních pásnicích, pak se doporučuje opatřit celou délku dolních pásnic šikmými plechy mezi stěnou hlavního nosníku a hranou dolní pásnice, viz obrázek 5.

3 ZÁVĚR

Použití patinujících ocelí pro mostní konstrukce může být v řadě případů výhodnější v porovnání s ocelovými konstrukcemi chráněnými tradičními systémy protikorozní ochrany. K patinující oceli však nelze přistupovat jako ke konstrukčnímu materiálu, který je všestranně použitelný pro širokou škálu ocelových konstrukcí a konstrukčních systémů. Zásadní podmínkou vhodného uplatnění patinujících ocelí jako konstrukčního materiálu je respektování specifických požadavků souvisejících s použitím patinující oceli – konstrukce musí být umístěny ve vhodném prostředí, při návrhu konstrukčního systému je potřeba respektovat zásady vhodného dispozičního a konstrukčního uspořádání, velmi důležitým faktorem je rovněž pravidelná kontrola a údržba

konstrukcí. Při dodržení zásad správného návrhu, výroby a údržby konstrukcí se mohou výrazně uplatnit všechny výhody plynoucí z použití patinujících ocelí jako konstrukčního materiálu. Hlavními přínosy oproti konstrukcím, které jsou chráněné tradičními systémy protikorozní ochrany, jsou nižší pořizovací náklady na výrobu a montáž a výrazně nižší náklady související s dlouhodobou údržbou konstrukce. Konstrukce navržené z patinujících ocelí podstatně méně zatěžují životní prostředí v porovnání s konstrukcemi chráněnými před korozí pomocí nátěrových systémů. V současné době již není potřebné provádět roční korozní zkoušky v lokalitě projektovaných konstrukcí. Jedním z důvodů je výrazné snížení korozní agresivity na území České republiky po realizace odsíření všech velkých a středních zdrojů znečištění ovzduší. Dále byla v roce 2010 [9] vypracována mapa České republiky s korozními úbytky patinujících ocelí, která byla v roce 2014 aktualizována. Tyto podklady mohou napomoci při navrhování mostních konstrukcí z této oceli.

PODĚKOVÁNÍ

Příspěvek byl realizován za finančního přispění Grantové agentury ČR, projekt č. 13-16124P.

LITERATURA

- [1] ALBRECHT, P. & HALL, T.T. Atmospheric corrosion resistance of structural steel. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2003, Volume 15, Issue 1, pp. 2-24. ISSN 0899-1561.
- [2] MORCILLO, M. et al. Weathering steels: From empirical development to scientific design. A review. *Corrosion Science*. 2014, Volume 83, pp. 6-31. ISSN 0010-938X.
- [3] MORCILLO, M. et al. Atmospheric corrosion data of weathering steels. A review. *Corrosion Science*. 2013, Volume 77, pp. 6-24. ISSN 0010-938X.
- [4] ROZLÍVKA, L. & KŘIVÝ, V. Užití patinujících ocelí Atmofix pro výrobu mostů. In Sborník 46. celostátní konference OK. Hustopeče: Český svaz vědeckotechnických společností, 2008, s. 18-20. ISBN 978-80-02-02061-5.
- [5] KNOTKOVÁ, D. et al. Atmospheric corrosion testing in Czechoslovakia. In *Ailor, W.H.* (*Ed.*). *Atmospheric Corrosion*. New York: John Wiley and Sons, 1982, pp. 991-1014.
- [6] PECHAL, A. *Mosty. Bridges.* Brno: Vydavatelství Antonín Pechal, CSc., 2009. ISBN 978-80-254-5279-0.
- [7] KŘIVÝ, V. et al. Program of experimental atmospheric corrosion tests of weathering steels. *Koroze a ochrana materiálu.* 2015, 59(1), pp. 7- 18. ISSN -1213.
- [8] YAMAGUCHI, E. Maintenance of Weathering steel bridges. *Steel Construction Today & Tomorrow.* 2015, No. 45, pp. 12-15.
- [9] KŘIVÝ, V. et al. Směrnice pro používání ocelí se zvýšenou odolností proti atmosférické korozi Praha: SVUOM Praha, 2011. ISBN 978-80-87444-05-4.
- [10] ALBRECHT, P. & SIDANI, M. *Fatigue strength of Weathering steel for Bridges*. College Park: University of Maryland, Department of Civil Engineering, 1987.
- [11] ALBRECHT, P. & LENWARI, A. Fatigue Strength of Weathered A588 Steel Beams. *Journal of Bridge Engineering*. 2009, Volume 14, Issue 6, pp. 436-443. ISSN 1084-0702.
- [12] KUNZ, L. et al. Fatigue Strength of Weathering Steel. *Materials Science (Medžiagotyra)*. 2012, Volume 18, Issue 1, pp. 18-22. ISSN 1398-1320.
- [13] HOLICKÝ, M & MARKOVÁ, J. Zásady navrhování stavebních konstrukcí. Příručka k ČSN EN 1990. Praha: ČKAIT, 2007. ISBN 978-80-87093-27-6.
- [14] ILES, D.C. *Composite highway bridge design*. Berkshire: The Steel Construction Institute, 2010. ISBN 978-1-85942-188-8.

Oponentní posudek vypracoval:

Doc. Ing. Michal Tomko, PhD., Katedra stavebnej mechaniky, Stavebná fakulta, TU v Košiciach. Ing. Jakub Tkacz, Ph.D., Centrum materiálového výzkumu, Fakulta chemická, VUT v Brně. Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 3

David KANIA¹

HODNOCENÍ ROZVOJOVÝCH ASPEKTŮ STŘEDOEVROPSKÝCH LETIŠŤ

EVALUATION THE DEVELOPMENT ASPECTS OF CENTRAL EUROPEAN AIRPORTS

Abstrakt

Článek se zabývá hodnocením rozvojových aspektů regionálních letišť v širším geopolitickém prostoru Střední Evropy. Ta je definována celkem devíti státními celky, které se obecně dělí na Alpské země (Německo, Rakousko, Švýcarsko, Slovinsko a Lichtenštejnsko) a Visegrádskou čtyřku (Česko, Maďarsko, Slovensko, Polsko). U jednotlivých letišť byly hodnoceny vlivy parametrů vzletové a přistávací dráhy, údaje o počtu obyvatel příslušného sídelního útvaru (města nebo aglomerací, u kterých je letiště umístěno), poloze vůči centru města a jeho dopravního napojení ve vztahu ke statistickým datům z období let 2009 – 2013, která mapují počet odbavených cestujících, počty pohybů letadel (vzletů a přistání) a množství odbaveného cargo nákladů v tunách. Cílem článku je vyhodnocení vztahů a závislostí jednotlivých zkoumaných jevů, popis výsledných nejvýznamnějších rozvojových aspektů a návrh aplikací využitelných pro regionální letiště v České republice.

Klíčová slova

Letiště; mezinárodní letiště; regionální letiště; rozvoj; územní plánování; rozvojové aspekty.

Abstract

This Academic Article deals with the evaluation of the developmental aspects of regional airports in a wider geopolitical space of Central Europe. It is defined by a total of nine States, which are generally divided into Alpine countries (Germany, Austria, Switzerland, Slovenia and Liechtenstein) and the Visegrad Four (Czech Republic, Hungary, Slovakia and Poland). Individual airports are evaluated in terms of the effects of runway parameters, population of the relevant settlement unit (city or agglomeration where the airport is located), position relative to the city center and its transport connectivity in relation to 2009–2013 statistical data, which map the number of passenger movements, the number of aircraft movements (takeoffs and landings) and the amount of cargo movements in tones. The Academic Article aims to analyse the parameters of the selected airports, statistically evaluate the relationships and dependencies between the various parts of the phenomena being studied, describe the resulting most important developmental aspects and propose applications useful for regional airports in the Czech Republic.

Keywords

Airport; international airport; regional airport; development; spatial planning; developmental aspects.

¹ Ing. David Kania, Katedra městského inženýrství, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 777 744 487, e-mail: david.kania.st@vsb.cz.

1 ÚVOD

Letecká doprava je mezi známými druhy dopravy osob a zboží nejmladším druhem dopravy. Pokusy lidstva vzlétnout jsou dokumentovány až do 2. tisíciletí př. n. l. První zaznamenané lety motorovým letadlem provedli bratři Wrightové v roce 1903. Zakladatelem české letecké tradice se stal Jan Kašpar, jenž v roce 1911 podnikl první let s cestujícími z Mělníka do Prahy. Pro bezpečnost provozu letadel nastala okamžitá potřeba lokalizovat vhodná místa, kde bude možno bezpečně vzlétnout a bezpečně přistát – letiště.

V průběhu svého vývoje zaznamenala letecká doprava dramatický rozmach a dnes si bez ní nelze představit obranu států a aliancí, mezinárodní obchod a cestovatelský ruch. Letecká doprava je dnes nejrychlejší, nejbezpečnější a nejpohodlnější způsob dopravy osob.

Mezinárodní letiště mají významnou roli v dopravní infrastruktuře každého státu, protože přispívají k celkovému ekonomickému růstu. Ekonomický růst ovlivňuje především vhodná lokalizace letiště a také stálá poptávka po letecké dopravě. Pokud jsou tyto atributy splněny, lze letiště považovat za místo růstu a rozvoje, který zvyšuje zaměstnanost a napomáhá dalšímu územnímu rozvoji.

Stavby letišť jsou z pohledu územního plánování inženýrsky náročné stavby vyžadující zábor velkých ploch, které přinášejí do širokého území celou řadu limitů. Většina zkoumaných letišť vznikla v období po druhé světové válce s příchodem masivního využívání velkých dopravních letounů a to buď rozvojem v místě stávajících letišť, nebo častěji vybudováním nového letiště v lokalitě vybrané s ohledem na budoucí rozvoj. Dá se konstatovat, že při stále rostoucích výkonech letecké dopravy se současná velká letiště dostanou na svá kapacitní maxima, která již nebude možno překročit. Jedinečné postavení letiště v příslušném geografickém prostoru je současně i jeho obrovskou nevýhodou, protože umožňuje rozvoj pouze v jeho hranicemi definovaném prostoru. Rozvoj letišť je zároveň omezen všemi negativními dopady na okolí letiště, zejména dopadem na životní prostředí.

Nová letiště se ve světě staví především v rychle rostoucích ekonomikách, jako je Čína, Indie nebo Spojené Arabské Emiráty. Územní limity pro ně nejsou překážkou a dopad na životní prostředí leckdy vůbec neřeší.

Vzhledem ke skutečnosti, že budování nových letišť na "zelené louce" je v prostoru Evropy téměř nemožné, je potřeba zaměřit se na rozvojové aspekty stávajících regionálních letišť, které po vyčerpání kapacity velkých letišť hlavních měst a evropských HUBů s nadnárodním přesahem s mezikontinentálními lety, budou zpravidla jediným možným místem pro další rozvoj letecké dopravy, neboť jsou ve svém prostoru již pevně ukotvena. Jsou řádně povolena a provozována, mají veškeré certifikace, vyhlášená ochranná pásma a jsou vybavena dobře fungující infrastrukturou. Sledovaná letiště mají zpravidla vybudovaný dráhový systém s délkou vzletové a přistávací dráhy minimálně 2 500 m, umožňující komerční obchodní dopravu běžně používanými typy letounů, což je základní předpoklad jejich dalšího vývoje a záimu o ně. Dále jsou vybavena pojížděcími drahami, manévrovacím a parkovacím prostorem pro letadla, odbavovacími budovami pro cestující a zboží, zařízeními pro opravu a údržbu letadel, zařízeními pro pozemní obsluhu, doplňováním leteckých pohonných hmot, záchrannými a požárními službami, cateringem a administrativními budovami. Aby jejich další rozvoj nebyl v budoucnu limitovaný nedostatkem potenciálu rozvoje, je potřeba vytipovat všechny důležité rozvojové aspekty a začít je ukotvovat v systému územních plánů a dalších územně plánovacích dokumentacích. Na téma hodnocení rozvojových aspektů letišť s ohledem na úkoly územního plánování se nepodařilo najít relevantní vědecké práce, s jejichž rešeršemi by bylo možno konfrontovat výsledky této práce.

2 VYBRANÁ LETIŠTĚ STŘEDNÍ EVROPY

Střední Evropa je definována celkem devíti státními celky:

Alpské země: Německo (Spolková republika Německo), Rakousko (Republika Rakousko), Švýcarsko (Švýcarská konfederace), Slovinsko (Republika Slovinsko) a Lichtenštejnsko.

Visegrádská čtyřka: Česko (Česká Republika), Maďarsko (Maďarská republika), Slovensko (Slovenská republika), Polsko (Polská republika).

2.1 Spolková republika Německo

Jedná se o stát s nejvyspělejší a nejrozsáhlejší leteckou dopravou ze všech sledovaných států. U tohoto státu tak došlo k poměrně velké selekci ve výběru letišť. Vybrána tak byla letiště hlavních měst spolkových zemí, v případě, že toto město neleží v centru země a země má protáhlý tvar nebo je výrazněji rozsáhlejší pak bylo ještě vybráno letiště s větší spádovou oblastí a s odpovídající dráhou.

město	kód IATA	letiště
Baden-Baden / Karlsruhe	FKB	Baden Airpark
Berlin	SXF	Berlin Schönefeld Airport
Berlin	TXL	Berlin Tegel Airport
Bremen	BRE	Bremen Airport
Köln / Bonn	CGN	Cologne Bonn Airport
Dresden	DRS	Dresden Airport (Dresden-Klotzsche Airport)
Düsseldorf	DUS	Düsseldorf Airport
Erfurt	ERF	Erfurt-Weimar Airport
Frankfurt am Main	FRA	Frankfurt Airport (Frankfurt am Main Airport)
Hahn	HHN	Frankfurt-Hahn Airport
Hamburg / Fuhlsbüttel	HAM	Hamburg Airport (Hamburg-Fuhlsbüttel Airport)
Hannover	HAJ	Hannover-Langenhagen Airport
Leipzig	LEJ	Leipzig/Halle Airport (Schkeuditz Airport)
Munich	MUC	Munich Airport
Nuremberg	NUE	Nuremberg Airport
Paderborn / Lippstadt	PAD	Paderborn Lippstadt Airport
Rostock	RLG	Rostock-Laage Airport
Stuttgart	STR	Stuttgart Airport

Tab. 1: Spolková republika Německo - seznam letišť

2.2 Republika Rakousko

Vzhledem ke geomorfologii (Alpy) je počet letišť poměrně malý. Vybrána byla všechna mezinárodní letiště s pravidelnou obchodní dopravou a dráhou délky alespoň 2.000 m.

město	kód IATA	letiště
Graz	GRZ	Graz Airport (Thalerhof Airport)
Innsbruck	INN	Innsbruck Airport (Kranebitten Airport)
Klagenfurt	KLU	Klagenfurt Airport (Woerthersee Airport)
Linz	LNZ	Linz Airport (Blue Danube Airport)
Salzburg	SZG	Salzburg Airport (W. A. Mozart Airport)
Wien (Vienna)	VIE	Vienna International Airport (Schwechat Airport)

Tab. 2: Republika Rakousko - seznam letišť

2.3 Švýcarská konfederace

Ve Švýcarsku je vzhledem k velikosti země poměrně velké množství mezinárodních letišť. Hodně je jich však umístěno v horských oblastech Alp, mají krátkou dráhu a slouží zejména pro všeobecné letectví nebo pro sezónní pravidelnou a nepravidelnou dopravu, ale o malých objemech. Letiště s delší dráhou mají pouze čtyři města – Ženeva, Bern, Curych a Basilej, přičemž basilejské letiště je na území Francie a slouží i pro francouzská města. Proto nebylo vybráno.

		~					
T-1-	2.	C	1	1			1-4:20
1 an	· · ·	SVVC	irska.	коптеа	erace –	seznam	lensi
1 40.	2.		ai bitte	nomea	erace	DeLinain	recibe

město	kód IATA	letiště
Bern / Belp	BRN	Bern Airport (Bern-Belp Airport)
Genéve	GVA	Geneva Cointrin International Airport
Zürich / Kloten	ZRH	Zurich Airport (Kloten Airport)

2.4 Republika Slovinsko

Na území státu jsou pouze tři veřejná mezinárodní letiště. Kromě letiště hlavního města ještě Maribor a Portorož. Letiště Portorož je malé letiště slouží zejména pro potřeby rekreační oblasti. Podle sdělení pracovníků letiště je zde pouze všeobecné letectví a sportovní lety. Letiště Maribor má pravidelnou a hlavně nepravidelnou dopravu, ale zatím ve velmi malých objemech, které poměrně výrazně kolísají, nedávno zde byl otevřen nový terminál s konečnou roční kapacitou až 600.000 cestujících. Přesné statistické údaje se však přes několik urgencí od letiště nepodařilo získat.

Tab. 4: Republika Slovinsko - seznam letišť

město	kód IATA	letiště
Ljubljana	LJU	Ljubljana Jože Pučnik Airport
Maribor	MBX	Maribor Edvard Rusjan Airport
Portorož	POW	Portorož Airport

2.5 Česká republika

Vybrána byla všechna veřejná mezinárodní letiště v České republice s pravidelnou a nepravidelnou obchodní dopravou.

město	kód IATA	letiště
Praha	PRG	Václav Havel Airport
Ostrava	OSR	Leoš Janáček Airport Ostrava
Brno	BRQ	Brno-Tuřany Airport
Pardubice	PED	Pardubice Airport
Karlovy Vary	KLV	Karlovy Vary Airport

Tab. 5: Česká republika – seznam letišť

2.6 Maďarská republika

Je možné konstatovat, že tento stát má nejmenší "hustotu" mezinárodních letišť ze všech sledovaných států. V Maďarsku fungují pouze dvě letiště s víceméně pravidelnou mezinárodní obchodní dopravou – letiště Budapešť a Debrecen, přičemž letiště Budapešť je v podstatě jediným letištěm s průběžnou celoroční pravidelnou a nepravidelnou dopravou. Letiště Debrecen vykazuje poměrně malé výkony s velkými výkyvy. Z dalších letišť stojí za zmínku už jen letiště Sármellék na jihozápadním okraji Balatonu, jedná se však jen o sezónní letiště rekreační oblasti.

město	kód IATA	letiště
Budapest	BUD	Budapest Ferenc Liszt International Airport
Debrecen	DEB	Debrecen International Airport
Sármellék	SOB	Hévíz-Balaton Airport
Győr-Pér	QGY	Győr-Pér International Airport
Pécs-Pogány	QPJ	Pécs-Pogány International Airport

Tab. 6: Maďarská republika – seznam letišť

2.7 Slovenská republika

Vzhledem k počtu letišť a blízkosti ke sledovanému regionu jsou uvedena všechna mezinárodní letiště. Statistické údaje jsou však uvedeny jen u tří letišť (Bratislava, Košice a Poprad-Tatry). Na ostatních letištích není pravidelná doprava, jen příležitostná, nepravidelná, která také vykazuje velké výkyvy.

město	kód IATA	letiště
Bratislava	BTS	M. R. Štefánik Airport (Bratislava Airport)
Košice	KSC	Košice International Airport
Piešťany	PZY	Piešťany Airport
Poprad	TAT	Poprad-Tatry Airport
Sliač	SLD	Sliač Airport (Public / Military)
Žilina	ILZ	Žilina Airport

Tab. 7: Slovenská republika – seznam letišť

2.8 Polská republika

Stát s druhým největším počtem letišť, která se poměrně dynamicky rozvíjejí, stejně jako navazující dopravní infrastruktura. Byla vybrána v podstatě všechna letiště s pravidelnou a nepravidelnou obchodní dopravou a s délkou RWY min. 2.500 m. Zajímavostí je skutečnost, že velké množství letišť jsou bývalá vojenská letiště.

město	kód IATA	letiště
Warsawa	WAW	Warsaw-Chopin Airport
Kraków	KRK	John Paul II International Airport Kraków–Balice
Gdańsk	GDN	Gdańsk Lech Wałęsa Airport
Katowice	KTW	Katowice International Airport
Wrocław	WRO	Wrocław-Copernicus Airport
Poznań	POZ	Poznań–Ławica Henryk Wieniawski Airport
Rzeszów	RZE	Rzeszów-Jasionka Airport
Łódź	LCJ	Łódź Władysław Reymont Airport
Szczecin	SZZ	"Solidarity" Szczecin-Goleniów Airport
Bydgoszcz	BZG	Bydgoszcz Ignacy Jan Paderewski Airport
Lublin	LUZ	Lublin Airport

Tab. 8: Polská republika – seznam letišť

3 HODNOCENÍ VYBRANÝCH EVROPSKÝCH LETIŠŤ

Z celkového počtu hodnocených letišť jsou po statistickém vyhodnocení počtu cestujících odbavených v období let 2009 až 2013 detekovány dvě extrémní hodnoty z hlediska počtu cestujících – Frankfurt (Frankfurt Airport - průměrný roční počet odbavených cestujících 55 187 053), Mnichov (Munich Airport - průměrný roční počet odbavených cestujících 23 725 923) a Vídeň (Vienna International Airport - průměrný roční počet odbavených cestujících 20 615 464). Průměrná roční hodnota počtu odbavených cestujících všech sledovaných letišť je 6 050 999 osob. Z letišť České republiky vykazuje nadprůměrné hodnoty počtu odbavených cestujících pouze Praha (Václav Havel Airport - průměrný roční počet odbavených cestujících 11 343 749).

Po statistickém vyhodnocení počtu pohybů letadel v období let 2009 až 2013 je detekována jedna extrémní hodnota z hlediska počtu pohybů letadel – Frankfurt (Frankfurt Airport - průměrný roční počet pohybů 467 726), a jedna odlehlá hodnota Mnichov (Munich Airport - průměrný roční počet pohybů 385 010). Průměrná roční hodnota počtu pohybů letadel všech sledovaných letišť je

70 581 pohybů. Z letišť České republiky vykazuje nadprůměrné hodnoty počtu pohybů pouze Praha (Václav Havel Airport - průměrný roční počet pohybů 146 156).

Z celkového počtu hodnocených letišť je po statistickém vyhodnocení množství odbaveného cargo nákladu v tunách v období let 2009 až 2013 naprostá většina hodnot do 90 000 tun za rok. V souboru se nachází pět extrémních hodnot – Frankfurt (Frankfurt Airport - průměrné množství odbaveného cargo nákladu 2 141 056), Kolín/Bonn (Köln Bonn Airport - průměrné množství odbaveného cargo nákladu 690 272), Curych (Zürich Airport - průměrné množství odbaveného cargo nákladu 400 920), Mnichov (Munich Airport - průměrné množství odbaveného cargo nákladu 294 373), Vídeň (Vienna International Airport - průměrné množství odbaveného cargo nákladu 267 230). Průměrná roční hodnota množství odbaveného cargo nákladu všech sledovaných letišť je 105 161 tun. Z letišť České republiky nevykazuje nadprůměrné hodnoty množství odbaveného cargo nákladu žádné letiště.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu cestujících vůči počtu pohybů v období let 2009 až 2013 můžeme konstatovat, že průměrný počet osob na jeden let je 66 (65,8244). Nejvyšší poměr průměrného počtu cestujících na jeden let vykazuje Frankfurt (Frankfurt Airport - průměrný počet cestujících na jeden pohyb je 118 osob). Nejnižší hodnotu naopak vykazuje Poprad (Poprad-Tatry Airport - průměrný počet cestujících na jeden pohyb jsou 4 osoby)

Z celkového počtu hodnocených letišť můžeme po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu cestujících vůči odbavenému cargo nákladu v tunách v období let 2009 až 2013 velmi obecně konstatovat závislost, že čím víc odbavených cestujících, tím víc odbaveného cargo nákladu. Nejnižší hodnotu poměru vykazují extrémní hodnoty Bydgoszcz, Salcburk, Paderborn, Poznaň a odlehlou hodnotu Dresden. Tato letiště se výrazně nespecializují na přepravu cargo nákladu a upřednostňují pouze přepravu osob.

Většina z hodnocených letišť (34 letišť) má pouze jednu RWY, dvě RWY má 12 z hodnocených letišť, tři RWY mají 2 z hodnocených letišť a 4 RWY má pouze jedno letiště. Obecně lze konstatovat, že čím více vzletových a přistávacích drah má letiště k dispozici, zvyšuje se úměrně počet cestujících. Z výsledků lze usoudit, že není statisticky významný rozdíl mezi počtem cestujících na letištích, které mají dvě a tři vzletové a přistávací dráhy. Výsledek ale může být ovlivněn malým počtem letišť se třemi RWY v šetření.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu cestujících vůči poloze letiště k centru města v období let 2009 až 2013 vyplývá, že se poloha letiště vůči nejbližšímu městu významně nepodílí na počtu odbavených cestujících.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu cestujících vůči počtu obyvatel města, že počet obyvatel se projeví na počtu cestujících hlavně u největších aglomerací s počtem obyvatel nad 1 milion.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu cestujících vůči přímému železničnímu napojení letiště vyplývá, že letiště s přímým železničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu odbavených cestujících než letiště bez přímého železničního napojení.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu cestujících vůči příměstskému železničnímu napojení letiště, že letiště s příměstským železničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu odbavených cestujících než letiště bez příměstského železničního napojení.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu cestujících vůči blízkému dálničnímu napojení letiště vyplývá, že letiště s blízkým dálničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu odbavených cestujících než letiště bez blízkého dálničního napojení letiště.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu pohybů letadel vůči počtu vzletových a přistávacích drah v období let 2009 až 2013 vliv počtu RWY na počet pohybů letadel. Obecně lze konstatovat, že čím více vzletových a přistávacích drah má letiště k dispozici, zvyšuje se úměrně počet pohybů letadel. Z výsledků lze usoudit, že není statisticky významný rozdíl mezi počtem pohybů letadel na letištích, které mají dvě a

tři vzletové a přistávací dráhy. Výsledek ale může být ovlivněn malým počtem letišť se třemi RWY v šetření.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu pohybů letadel vůči poloze letiště k centu města v období let 2009 až 2013 vyplývá, že se poloha letiště vůči nejbližšímu městu nepodílí významně na počtu pohybů letadel.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu pohybů letadel vůči počtu obyvatel města, že počet obyvatel se projeví na počtu pohybů letadel hlavně u největších aglomerací s počtem obyvatel nad 1 milion.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu pohybů letadel vůči přímému železničnímu napojení letiště vyplývá, že letiště s přímým železničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu pohybů letadel než letiště bez přímého železničního napojení.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu pohybů letadel vůči příměstskému železničnímu napojení letiště, že letiště s příměstským železničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu pohybu letadel než letiště bez příměstského železničního napojení.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství počtu pohybů letadel vůči blízkému dálničnímu napojení letiště vyplývá, že letiště s blízkým dálničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu pohybů letadel než letiště bez blízkého dálničního napojení.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství odbaveného cargo nákladu vůči počtu vzletových a přistávacích drah vliv počtu RWY na množství odbaveného cargo nákladu lze konstatovat, že čím více vzletových a přistávacích drah má letiště k dispozici, zvyšuje se úměrně množství odbaveného cargo nákladu. Z výsledků lze usoudit, že není statisticky významný rozdíl mezi množstvím odbaveného cargo nákladu na letištích, které mají dvě a tři vzletové a přistávací dráhy. Výsledek ale může být ovlivněn malým počtem letišť se třemi RWY v šetření.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství odbaveného cargo nákladu vůči poloze letiště k centu města, že se poloha letiště vůči nejbližšímu městu významně nepodílí na množství odbaveného cargo nákladu.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství odbaveného cargo nákladu vůči počtu obyvatel města vyplývá, že množství odbaveného cargo nákladu se projeví hlavně u největších aglomerací s počtem obyvatel nad 1 milion.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství odbaveného cargo nákladu vůči přímému železničnímu napojení letiště, že letiště s přímým železničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u množství odbaveného cargo nákladu než letiště bez přímého železničního napojení.

Po statistickém vyhodnocení závislosti množství odbaveného cargo nákladu vůči příměstskému železničnímu napojení letiště vyplývá, že letiště s příměstským železničním napojením vykazují téměř stejné hodnoty u množství odbaveného cargo nákladu jako letiště bez příměstského železničního napojení.

Z celkového počtu hodnocených letišť vyplývá po statistickém vyhodnocení závislosti množství odbaveného cargo nákladu vůči blízkému dálničnímu napojení letiště, že letiště s blízkým dálničním napojením vykazují téměř stejné hodnoty u počtu pohybů letadel jako letiště bez blízkého dálničního napojení.

4 ZÁVĚRY VYPLÝVAJÍCÍ Z VYHODNOCENÍ STATISTICKÝCH DAT STŘEDOEVROPSKÝCH LETIŠŤ

Ze zkoumaných závislostí jednotlivých jevů můžeme konstatovat následující:

Čím více vzletových a přistávacích drah má letiště k dispozici, zvyšuje se tím úměrně počet cestujících, počet pohybů letadel a množství odbaveného cargo nákladu.

Poloha letiště vůči nejbližšímu městu (vzdálenost od centra města) se významně nepodílí na počtu odbavených cestujících, počtu pohybů letadel a množství odbaveného cargo nákladu.

Byla vypozorována závislost, že s nárůstem počtu odbavených cestujících roste i množství odbaveného cargo nákladu.

Počet obyvatel sídelního celku se projeví nárůstem počtu cestujících, počtu pohybů letadel a množství odbaveného cargo nákladu pouze u největších aglomerací s počtem obyvatel nad 1 milion.

Letiště s přímým železničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu odbavených cestujících, počtu pohybů letadel a množství odbaveného cargo nákladu než letiště bez přímého železničního napojení.

Letiště s příměstským železničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu odbavených cestujících a počtu pohybů letadel než letiště bez příměstského železničního napojení.

Letiště s příměstským železničním napojením vykazují téměř stejné hodnoty u množství odbaveného cargo nákladu jako letiště bez příměstského železničního napojení.

Letiště s blízkým dálničním napojením vykazují mnohem vyšší hodnoty u počtu odbavených cestujících a počtu pohybů letadel než letiště bez blízkého dálničního napojení letiště.

Letiště s blízkým dálničním napojením vykazují téměř stejné hodnoty u množství odbaveného cargo nákladu jako letiště bez blízkého dálničního napojení.

LITERATURA

- Letecký předpis: L 14 Letiště. In: 641/2009-220-SP/4. Ministerstvo dopravy ČR, Úřad pro civilní letectví, 2009.
- [2] Zákon 49/1997 Sb. ze dne 6. března 1997 o civilním letectví, a o změně zákona č. 455/1991 Sb., o živnostenském podnikání (živnostenský zákon), ve znění pozdějších předpisů. In: 49/1997. 1997.
- [3] Letecký předpis: L 6 Provoz letadel část I. In: *361/2010-220-SP/2*. Ministerstvo dopravy ČR, Úřad pro civilní letectví, 2010.
- [4] Letecký předpis: L 6 Provoz letadel část II. In: 361/2010-220-SP/1. Ministerstvo dopravy ČR, Úřad pro civilní letectví, 2010.
- [5] EVANS, Julien. Jak létají dopravní letadla. 1. vyd. Praha: Grada, 2012, 128 s. ISBN 978-80-247-3933-5.
- [6] PRUŠA, Jiří. *Svět letecké dopravy.* Vyd. 1. Praha: Galileo CEE Service ČR, 2007, 315 s. ISBN 978-80-239-9206-9.
- [7] WINCHESTER, Jim. Encyklopedie moderních letadel: od civilních dopravních letounů až k nejnovějším vojenským letadlům. Praha: Naše vojsko, 2011, 442 s. ISBN 978-80-206-1208-3
- [8] *World Aeronautical Database* [online]. [cit. 2015-09-21]. Dostupné z: www.worldaerodata.com
- [9] *Řízení letového provozu ČR: Letecká informační služba* [online]. [cit. 2015-09-21]. Dostupné z: http://lis.rlp.cz/
- [10] Flughafenverband ADV [online]. [cit. 2015-09-21]. Dostupné z: http://www.adv.aero/home/

Oponentní posudek vypracoval:

Doc. Ing. Petr Jůza, CSc., Ústav pozemních komunikací, Fakulta stavební, VUT v Brně.

Doc. Ing. arch. Ivan Vorel, CSc., Katedra urbanismu a územního plánování, Fakulta stavební, ČVUT v Praze.

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 4

Michal DRAHORÁD¹

PŘESYPANÉ ŽELEZOBETONOVÉ KLENBOVÉ MOSTY – ANALÝZA KONSTRUKCE S VLIVEM INTERAKCE SE ZEMINOU

BURIED ARCH REINFORCED CONCRETE BRIDGES – SUPERSTRUCTURE ANALYSIS WITH RESPECT TO THE SOIL-STRUCTURE INTERACTION

Abstrakt

Tato práce se zabývá modelováním a statickou analýzou přesypaných železobetonových klenbových mostních konstrukcí v praktických aplikacích. Hlavním cílem práce je vývoj numerického modelu konstrukce vystihujícího s dostatečnou přesností skutečné chování mostu na úrovni použitelné v inženýrské praxi. V článku jsou uvedeny základní předpoklady, definice modelu konstrukce včetně interakce se zeminou a rozbor dosažených výsledků.

Klíčová slova

Klenbový most, interakce se zeminou, zemní tlak.

Abstract

The paper deals with modeling and static analysis of buried reinforced concrete arch bridge in practical applications. The main scope of this work is to develop a numerical model with sufficient accuracy for engineering applications. Basic assumptions, analysis model definition and analyses of results are introduced in the paper.

Keywords

RC arch bridge, soil-structure interaction, earth pressure.

1 ÚVOD

Železobetonové klenbové mosty s přesypávkou jsou jedním z progresivních typů mostů, které se v posledních letech stále více uplatňují ve výstavbě. Mezi jejich hlavní výhody patří malá spotřeba stavebních hmot a vysoká účinnost a trvanlivost výsledné stavby, kterých je dosaženo zejména interakcí se zásypem a absencí ložisek a mostních závěrů. Výrazného zvýšení efektivity těchto konstrukcí bylo dále dosaženo používáním betonů vyšších pevnostních tříd (běžně C50/60) a s tím související prefabrikací konstrukce.

Je proto s podivem, že podrobná analýza tohoto typu konstrukcí je běžně prováděna s použitím velmi hrubých okrajových podmínek a nezahrnuje často ani nelineární charakter úlohy plynoucí jednak z materiálové nelinearity železobetonu a jednak z interakce konstrukce se zeminou. Těmito postupy lze totiž dále optimalizovat celý návrh nosné konstrukce mostu.

¹ Ing. Michal Drahorád, Ph.D., Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební, ČVUT v Praze, e-mail: michal.drahorad@fsv.cvut.cz.

2 TVAR A USPOŘÁDÁNÍ PREFABRIKOVANÝCH KLENBOVÝCH KONSTRUKCÍ

Prefabrikované klenbové konstrukce jsou typicky tvořeny několika prefabrikovanými segmenty, které po sestavení vytvoří jeden prstenec konstrukce. Typické uspořádání konstrukce je uvedeno na obrázku 1. Tvar prefabrikátů zajišťuje přenos smykových namáhání mezi jednotlivými díly konstrukce a současně definuje statické schéma konstrukce (dvoukloubový nebo tříkloubový oblouk, uzavřený rám, apod.).



Obr. 1: Typické uspořádání přesypané betonové konstrukce (most na trati Sudoměřice - Votice)

Tvar konstrukce je volen různě, zpravidla v závislosti na výšce přesypávky a působícím zatížení. Obvyklým tvarem konstrukce je přitom kružnicový nebo parabolický oblouk. Tvar konstrukce přitom významně ovlivňuje průběh vnitřních sil od zatížení a tím i nutné množství výztuže v konstrukci. Obvyklá tloušťka konstrukce se pohybuje kolem 300 mm, takže jednotlivé segmenty je možno dopravovat i osazovat běžnými prostředky.

Konstrukce jsou zpravidla navrhovány s plošnými základy, a to buď na základových pasech (viz např. obrázek 2) nebo založené na spodní desce konstrukce (viz obrázek 1). Základové pasy se navrhují v případě příznivějších základových podmínek, kdy je zajištěna stabilita základu pro posun směrem od zásypu. Posunu směrem do zásypu je přitom účinně bráněno tuhostí zásypu a zpravidla není nutno provádět pro jejich zajištění žádná zvláštní opatření.



Obr. 2: Schéma plošného založení konstrukce na základových pasech

Vyztužení konstrukce lze s ohledem na výše uvedené skutečnosti a tvar konstrukce navrhnout opravdu subtilní s celkovou kubaturou výztuže až na úrovni 75 kg/m³ betonu.



Obr. 3: Příklad typického vyztužení konstrukce (převzato od Freyssinet TechSpan)

3 PROBLEMATIKA MODELOVÁNÍ PŘESYPANÝCH KLENBOVÝCH MOSTŮ

Modelování subtilních přesypaných konstrukcí je úzce spojeno s modelováním interakce zásypu konstrukce s vlastní nosnou konstrukcí. Tato interakce nemůže být při výpočtu zanedbána, protože při dané tuhosti a odolnosti zpravidla není konstrukce bez jejího uvážení stabilní.

Výhodou betonových prefabrikovaných konstrukcí (např. proti tenkostěnným ocelovým přesypaným konstrukcím typu TUBOSIDER) je jejich relativně vysoká tuhost, která ústí v malé deformace konstrukce vlivem zatížení a v dostatečnou robustnost i ve fázích výstavby. To se pozitivně promítá i do modelování vlastní betonové konstrukce, kdy je zpravidla možno nahradit vliv geometrické nelinearity pouze změnou tuhosti konstrukce (viz např. [2]), tj. stejně jako vliv nelinearity materiálové.

Vysoká tuhost konstrukce navíc umožňuje při zachování vysoké úrovně přesnosti výpočtu i zjednodušené zavedení interakce se zeminou (viz [2], kde je řešen obdobný problém). Odpor zeminy proti deformaci, resp. náhradní zemní tlak materiálu zásypu na nosnou konstrukci je stanoven podle zásad mechaniky zemin, včetně vlivu překonsolidace (hutnění zásypu) - viz [2]. Tato metodika byla pro svoji menší stabilitu při větších deformacích dále vylepšena zavedením dynamicky definovaných pružných podpor (viz dále).

4 MODEL NOSNÉ KONSTRUKCE

Model nosné konstrukce je s ohledem na povahu problému volen jako prutový s uvažováním materiálové nelinearity. Tento model umožňuje díky své koncepci řešit i problematiku plovoucího uložení patek oblouku (malou vodorovnou únosnost základové spáry kompenzovanou dostatečnou vodorovnou únosností zásypu konstrukce. Geometricky nelineární povaha problému je při výpočtu respektována pouze zavedením proměnné tuhosti s ohledem na výslednou excentricitu výslednice tlakové síly v betonu průřezu (podrobněji viz [1]).

Pro stanovení tuhosti příčného řezu prvků modelu se s výhodou využívá předem definované závislosti průřezových charakteristik na excentricitě normálové síly v betonové části průřezu (viz obr. 4). Tato závislost je stanovena na základě předpokladů o chování betonu a výztuže. Pro beton se předpokládá, že působí pouze v tlaku a jeho chování je analyzováno odděleně od chování výztuže. Výsledné průřezové charakteristiky jsou potom prostým součtem příspěvků obou základních materiálů.

Pro stanovení plochy (A_c) a momentu setrvačnosti (I_c) betonové části průřezu přitom platí následující vztahy závislé na excentricitě normálové síly e_c :

$$e_{c} \in \langle 0; h/6 \rangle \qquad e_{c} \in (h/6; h/2)$$

$$A_{c} = bh \qquad A_{c} = 3b \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{c}\right)$$

$$I_{c} = \frac{1}{12}bh^{3} \qquad I_{c} = \frac{9}{4}b \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{c}\right)^{3} + 3b \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{c}\right)\left(\frac{3e_{c}}{2} - \frac{h}{4}\right)^{2}$$

Pokud je excentricita normálové síly mimo průřez, je tuhost betonové části průřezu nulová. Plocha betonářské výztuže a její příspěvek k momentu setrvačnosti se potom k charakteristikám betonové části průřezu přičte, přičemž se s výhodou využívá skutečnosti, že příspěvky betonářské výztuže jsou konstantní a nezávislé na poloze a působišti zatížení. Příklad výsledného průběhu charakteristik průřezu pro kladnou hodnotu excentricity e_c tlakové normálové síly v betonu je uveden na obrázku 4 (výška průřezu 0,25 m).



Obr. 4: Příklad průběh průřezových charakteristik v závislosti na excentricitě normálové síly v betonu

Výše uvedené stanovení průřezových charakteristik je provedeno ve všech uzlech vyšetřované konstrukce. S ohledem na proměnnost zatížení a geometrii konstrukce je jasné, že v obou koncových uzlech jednoho prvku budou obecně jeho charakteristiky rozdílné, což je pro použitý prutový prvek nepřijatelné. Z tohoto důvodu jsou jako vlastnosti jednotlivých prutových prvků délky L použity průměrné hodnoty A_{av} a I_{av} stanovené z výrazů:

$$A_{av} = \frac{\int_{0}^{L} A(L) \cdot dL}{L} = \frac{L \cdot \int_{e_{c}(0)}^{e_{c}(L)} A(e_{c}) \cdot de_{c}}{L \cdot |e_{c}(L) - e_{c}(0)|} = \frac{\int_{e_{c}(0)}^{e_{c}(L)} A(e_{c}) \cdot de_{c}}{|e_{c}(L) - e_{c}(0)|}$$

$$I_{av} = \frac{\int_{0}^{L} I(L) \cdot dL}{L} = \frac{L \cdot \int_{e_{c}(0)}^{e_{c}(L)} I(e_{c}) \cdot de_{c}}{L \cdot |e_{c}(L) - e_{c}(0)|} = \frac{\int_{e_{c}(0)}^{e_{c}(L)} I(e_{c}) \cdot de_{c}}{|e_{c}(L) - e_{c}(0)|}$$
Pro snadné stanovení průměrných charakteristik je přitom v praktickém výpočtu s výhodou použito následujících distribučních funkcí v jednotlivých intervalech excentricity e_c výslednice tlakové normálové síly, které umožňují snadné numerické stanovení hledaných charakteristik.

$$e_{c} \in (-h/2; -h/6) \qquad \int A \cdot de_{c} = \frac{3b}{2} \cdot e_{c} \cdot (h + e_{c}) \\ e_{c} \in (-h/6; h/6) \qquad \int A \cdot de_{c} = b \cdot h \cdot e_{c} \\ e_{c} \in (h/6; h/2) \qquad \int A \cdot de_{c} = \frac{3b}{2} \cdot e_{c} \cdot (h - e_{c}) \\ e_{c} \in (-h/2; -h/6) \\ e_{c} \in (-h/2; -h/6) \qquad \int I \cdot de_{c} = \frac{3be}{8} \left(6e_{c}^{3} + 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} + h^{3} \right) \\ \int I \cdot de_{c} = \frac{1}{12} b \cdot h^{3} \cdot e_{c} \\ e_{c} \in (h/6; h/2) \qquad \int I \cdot de_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} - h^{3} \right) \\ e_{c} = -\frac{3be_{c}}{8} \left(6e_{c}^{3} - 8e_{c}^{2}h + 4e_{c}h^{2} \right)$$

Průběh normalizovaných funkcí průřezových charakteristik a distribučních funkcí betonové části průřezu je uveden na obrázku 5.



Obr. 5: Průběh normalizovaných funkcí průřezových charakteristik a distribučních funkcí betonové části průřezu (nahoře plocha průřezu *A*_c, dole moment setrvačnosti *I*_c)

Počáteční uložení konstrukce je uvažováno podle okrajových podmínek (tj. např. v patách klenby). S postupem výpočtu jsou potom podle potřeby definovány další pružné podpory v místech zatlačení konstrukce do zásypu (viz dále).

5 PROBLEMATIKA MODELOVÁNÍ PŘESYPANÝCH KLENBOVÝCH MOSTŮ

Interakce se zeminou je uvažována jednak pomocí náhradního zatížení (svislé a vodorovné) a jednak zavedením dynamicky definovaných pružných podpor konstrukce. Náhradní zatížení konstrukce zemním tlakem a zatížením od dopravy je definováno v souladu s [3] (podrobněji viz také [2]). Typická závislost náhradního vodorovného zatížení (zemního tlaku) na zatlačení konstrukce do zásypu podle [3] je uvedena na obrázku 6. Součinitel zemního tlaku se potom aplikuje na svislé napětí v zásypu v dané úrovni.



Obr. 6: Příklad náhradního zatížení konstrukce v závislosti na jejím zatlačení do zásypu

Koncept dynamické definice pružných podpor byl přijat pro eliminaci numerické nestability výpočtu v některých případech zatížení, zejména nesymetrického. Koncept spočívá v přidání pružných podpor do uzlů konstrukce tam, kde náhradní zatížení přestoupí klidový zemní tlak zásypu. V opačném případě, kdy se konstrukce od zeminy oddaluje, je náhradní zatížení pouze zmenšeno a podpora přidávána není. Tuhost dynamicky přidané podpory se stanoví v závislosti na zatlačení (viz obrázek 6).

5 PŘÍKLAD

Pro ilustraci použití vyvinutého modelu přesypané železobetonové klenbové konstrukce byl výše uvedený výpočet proveden pro reálnou konstrukci v programu MS Excel. Jednalo se o klenbovou železobetonovou přesypanou konstrukci o rozpětí 7,65 m s kloubem ve středu rozpětí uloženou na základových pasech šířky cca 1,5 m. Výška přesypávky je 0,8 m. Geometrie nosné konstrukce je patrná z obrázku 7.



Obr. 7: Geometrie nosné konstrukce [m] - model v MS Excel

Zatížení konstrukce je provedeno rovnoměrným blokovým zatížením dopravou distribuovaným skrz násyp s úhlem vnitřního tření $\varphi = 40^{\circ}$ (viz obrázek 8 a 9). Dále je uvažováno zatížení vlastní tíhou a zemním tlakem od vlastního zásypu konstrukce společně s účinky hutnění, které jsou uvažovány jako rovnoměrné svislé přitížení 50 kPa během výstavby.



Obr. 8: Schéma roznosu zatížení dopravou skrz zásyp konstrukce



Obr. 9: Schéma zatížení nosné konstrukce dopravou

Výztuž konstrukce je uvažována podle obrázku 3 a 10.



Obr. 10: Schéma výztuže nosné konstrukce - příčný řez prefabrikátem

Výpočet byl proveden iteračně na základě výše uvedených pravidel a postupů. Zavedená metoda výpočtu je řízena změnou excentricity tlakové síly v betonu e_c a velmi rychle konverguje. Výsledný tvar deformace po ustálení změn excentricity e_c je uveden na obrázku 11. Změny excentricity e_c v závislosti na kroku výpočtu a tím pádem i rychlost konvergence jsou uvedeny na obrázku 12.



Obr. 11: Výsledná deformace konstrukce [m] (100x zvětšeno)



Obr. 12: Ilustrace rychlosti konvergence metody na ustálení změny excentricity ec

5 ZÁVĚR

Uvedený model nosné konstrukce byl implementován v programu MS Excel, následně byl ověřen a použit pro praktické výpočty. Další výzkum je zaměřen na analýzu konstrukcí s významnými deformacemi od zatížení (vlivem geometrické nelinearity).

PODĚKOVÁNÍ

Projekt byl realizován za finanční podpory ze státních prostředků prostřednictvím Technologické agentury České republiky. Registrační číslo projektu je TA03031099.

LITERATURA

- [1] DRAHORÁD, M. Load-Bearing Capacity of Masonry Arch bridges, Proceedings of the 19th International Conference Engineering Mechanics 2013, pp 33-34.
- [2] DRAHORÁD, M., Buried Masonry Arch Bridges Modelling of the Soil-structure Interaction in Engineering Aplications, Sborník příspěvků konference Modelování v mechnice 2013, pp 9-10.
- [3] ČSN 73 0037 Zemní tlak na stavební konstrukce, ÚNMZ, 1990

Oponentní posudek vypracoval:

Doc. Ing. Ladislav Klusáček, CSc., Ústav betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební, VUT v Brně.

Doc. Ing. Martin Moravčík, Ph.D., Katedra stavebných konštrukcií a mostov, Stavebná fakulta, ŽU v Žiline.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 5

Jozef HAVRAN¹, Martin PSOTNÝ²

POSTBUCKLING ANALYSIS OF A RECTANGULAR PLATE LOADED IN COMPRESSION

Abstract

The stability analysis of a thin rectangular plate loaded in compression is presented. The nonlinear FEM equations are derived from the minimum total potential energy principle. The peculiarities of the effects of the initial imperfections are investigated using the user program. Special attention is paid to the influence of imperfections on the post-critical buckling mode. The FEM computer program using a 48 DOF element has been used for analysis. Full Newton-Raphson procedure has been applied.

Keywords

Stability, post-buckling, initial imperfection, finite element method.

1 INTRODUCTION

In the presented paper has been explained the behaviour of a thin plate loaded in compression [1]. The geometrically nonlinear theory represents a basis for the reliable description of the postbuckling behaviour of the plate. Influence of initial imperfection on the load-displacement path is researched. The results of the numerical solution are presented as graphs showing the dependency of the amount of load tendency of displacement (according to the buckling and for initial deflection mode with respect to minimum total potential energy principle). Solution from the user program is compared with results gained using FEM program ANSYS.

2 THEORY

Let us assume a rectangular plate simply supported along the edges (Fig. 1) with thickness *t*. The displacements of the point of the neutral surface are denoted $\boldsymbol{q} = [u, v, w]^T$ and the related load vector is $\boldsymbol{p} = [p_x, 0, 0]^T$. By formulation of the strains, non-linear terms have to be taken into account. Then it can be written as

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_m + \boldsymbol{\varepsilon}_b, \ \boldsymbol{\varepsilon}_m = \boldsymbol{\varepsilon}_l + \boldsymbol{\varepsilon}_n \tag{1}$$

where $\boldsymbol{\varepsilon}_{l} = [\boldsymbol{u}_{,x}, \boldsymbol{v}_{,y}, \boldsymbol{u}_{,y} + \boldsymbol{v}_{,x}]^{T}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{n} = \frac{1}{2} [\boldsymbol{w}_{,x}^{2}, \boldsymbol{w}_{,y}^{2}, 2\boldsymbol{w}_{,x}\boldsymbol{w}_{,y}]^{T}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{b} = -z \cdot \boldsymbol{k} = -z \cdot [\boldsymbol{w}_{,xx}, \boldsymbol{w}_{,yy}, 2\boldsymbol{w}_{,xy}]^{T}$,

the indexes denote the partial derivations and w represents the global displacement.

¹ Ing. Jozef Havran, Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology, Radlinského 11, 810 05 Bratislava, Slovakia, phone: (+421) 259 274 247, e-mail: jozef.havran@stuba.sk.

² Doc. Ing. Martin Psotný, Ph.D., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology, Radlinského 11, 810 05 Bratislava, Slovakia, phone: (+421) 259 274 652, e-mail: martin.psotny@stuba.sk.

The initial displacements have been assumed as the out of plane displacements only. Then

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \boldsymbol{\varepsilon}_{0n} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0b} \tag{2}$$

where $\boldsymbol{\varepsilon}_{0n} = \frac{1}{2} \left[w_{0,x}^2, w_{0,y}^2, 2w_{0,x}w_{0,y} \right]^T$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{0b} = -z \cdot \boldsymbol{k}_0 = -z \cdot \left[w_{0,xx}, w_{0,yy}, 2w_{0,xy} \right]^T$ and w_0 is the part related to the initial displacement.



Fig. 1: Thin plate a) Notation of quantities, b) FEM model

The linear elastic material has been assumed

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) \tag{3}$$

where $\boldsymbol{D} = \frac{E}{1-v^2} \begin{vmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{1-v} \end{vmatrix}$. *E*, *v* are the Young's modulus and Poisson's ratio.

The total potential energy can be expressed as

$$U = U_i + U_e = \int_V \frac{1}{2} (\varepsilon - \varepsilon_0)^T \sigma \, dV - \int_A q^T p \, dA \tag{4}$$

After modification Eq. (4) can be written as

$$U = \int_{A} \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon}_{m} - \boldsymbol{\varepsilon}_{0n})^{T} t \boldsymbol{D} (\boldsymbol{\varepsilon}_{m} - \boldsymbol{\varepsilon}_{0n}) dA + \int_{A} \frac{1}{2} (\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_{0})^{T} \frac{t^{3}}{12} \boldsymbol{D} (\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_{0}) dA - \int_{A} \boldsymbol{q}^{T} \boldsymbol{p} dA \quad (5)$$

 $\boldsymbol{\varepsilon}$, \boldsymbol{k} are strains and curvatures of the neutral surface; $\boldsymbol{\varepsilon}_0$, \boldsymbol{k}_0 are initial strains and where curvatures; q, p are displacements of the point of the neutral surface, related load vector.

The system of conditional equations can be obtained from the condition of the minimum increment of the total potential energy [2]

$$\delta \Delta U = 0 \tag{6}$$

This system can be written as

$$\boldsymbol{K}_{inc}\,\boldsymbol{\varDelta\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{F}_{int} - \boldsymbol{F}_{ext} - \boldsymbol{\varDelta\boldsymbol{F}}_{ext} = \boldsymbol{\boldsymbol{\theta}} \tag{7}$$

where:

 $K_{inc} = \begin{bmatrix} K_{incD} & K_{incDS} \\ K_{incSD} & K_{incS} \end{bmatrix} \text{ - is the incremental stiffness matrix,}$ $F_{int} = \begin{cases} F_{intD} \\ F_{intS} \end{cases} \text{ - is the vector of the internal forces,}$ $F_{ext} = \begin{cases} F_{extD} \\ F_{extS} \end{cases} \text{ - is the vector of the external load of the plate,}$ $\Delta F_{ext} = \begin{cases} \Delta F_{extD} \\ \Delta F_{extS} \end{cases} \text{ - is the increment of the external load of the plate,}$ $q = B \cdot a = \begin{bmatrix} B_D \\ - \\ B_S \end{bmatrix} \begin{cases} a_D \\ a_S \end{cases} \text{ and } \Delta q = B \cdot \Delta a \text{ . For more details see [3].}$

Considering the structure in equilibrium $\mathbf{F}_{int} - \mathbf{F}_{ext} = 0$, the incremental steps can be defined as $\mathbf{K}_{inc} \Delta \mathbf{a} = \Delta \mathbf{F}_{ext} \Rightarrow \Delta \mathbf{a} = \mathbf{K}_{inc}^{-1} \Delta \mathbf{F}_{ext}$ and $\mathbf{a}^{i+1} = \mathbf{a}^i + \Delta \mathbf{a}$. The Newton-Raphson iteration can be considered in the following way: taking into account that \mathbf{a}^i does not represent the exact solution, the residua are $\mathbf{F}_{int}^i - \mathbf{F}_{ext}^i = \mathbf{r}^i$. The corrected parameters are $\mathbf{a}^{i+1} = \mathbf{a}^i + \Delta \mathbf{a}^i$, where $\Delta \mathbf{a}^i = -\mathbf{K}_{inc}^{-1} \mathbf{r}^i$.

The identity of the incremental stiffness matrix with the Jacobian of the system of the nonlinear algebraic equations $J \equiv K_{inc}$ has been used in analysis. To be able to evaluate the different paths of the solution, the pivot term of the Newton-Raphson iteration has to be changed during the solution.

3 NUMERICAL RESULTS

Illustrative examples of compressed steel plate considered in Fig. 1 are presented as load – displacement paths for different amplitudes of initial geometrical imperfection. From Figs. 2 and 3 it is obvious that two almost identical modes of initial imperfection at the beginning of the process offer two different solutions in postbuckling mode. Due to the mode of the initial imperfection the nodal displacements denoted w_A and w_C have been taken as the reference values (see Fig. 1a). The thick lines in Fig. 2a and Fig, 3a represents displacement of node A and the thin lines represents displacement of node C. Shape of the plate in buckling and in postbuckling is also displayed.

The FEM computer program using a 48 DOF element (4 nodes, 12 DOF at each node) [4] has been used for analysis. FEM model consists of 4x4 finite elements (Fig. 1a). Full Newton-Raphson procedure, in which the stiffness matrix is updated at every equilibrium iteration, has been applied.

Obtained results were compared with results of the analysis using ANSYS system, where 16x16 elements model was created (Fig. 1b). Element type SHELL143 (4 nodes, 6 DOF at each node) was used.

Fig. 2 shows the solution for the initial displacement parameters $\alpha_{01} = 0.05 \text{ mm}$ and $\alpha_{02} = 0.33 \text{ mm}$. It can be seen that the fundamental path is in the postbuckling phase in 1st mode of buckling.



Fig. 2: The postbuckling of the thin plate with the initial displacement:

$$w_0 = 0.05 \cdot \sin\frac{\pi x}{a} \cdot \sin\frac{\pi y}{b} + 0.33 \cdot \sin\frac{2\pi x}{a} \cdot \sin\frac{\pi y}{b}, \text{ a) user program [3] [5], b) ANSYS$$

Increasing the effect of the 2nd mode in the shape of the initial displacement ($\alpha_{01} = 0.05 \text{ mm}$ and $\alpha_{02} = 0.35 \text{ mm}$) the postbuckling mode of the thin plate is 2nd mode (Fig. 3).



Fig. 3: The postbuckling of the thin plate with the initial displacement:

$$w_0 = 0.05 \cdot \sin\frac{\pi x}{a} \cdot \sin\frac{\pi y}{b} + 0.35 \cdot \sin\frac{2\pi x}{a} \cdot \sin\frac{\pi y}{b}, \text{ a) user program [3] [5], b) ANSYS$$

4 CONCLUSIONS

The influence of the amplitude and of the initial geometrical imperfection mode to the postbuckling behaviour of the thin plate is presented. Finite elements created for special purposes of thin plates stability analysis, enable high accuracy and speed convergence of the solution at less density of meshing. The possibility on an interactive affecting of the calculation within the user code makes it possible to investigate all load – displacement paths of the problem.

It can be seen that two almost identical modes of initial imperfection at the beginning of the loading process offers two different solutions in postbuckling mode. For solving models of thin plate, it is necessary to take into account initial geometrical imperfections.

ACKNOWLEDGMENT

Presented results have been arranged due to the research supported by the Slovak Scientific Grant Agency, project No. 1/0272/15.

REFERENCES

- [1] BLOOM, F. and COFFIN, D. *Handbook of Thin Plate Buckling and Postbuckling*. 1st ed. Boca Raton, Florida: Chapman&Hall/CRC, 2001. 770 pp. ISBN 1-58488-222-0.
- [2] WASHIZU, K. Variational Methods in Elasticity and Plasticity. 3st ed. Oxford-New York: Pergamon Press, 1982. 630 pp. ISBN 0-08-026723-8.
- [3] PSOTNY, M. and RAVINGER, J. Post-Buckling Behaviour of Imperfect Slender Web. *Engineering Mechanics*. Volume 14, No. 6, pp. 423-429. ISSN (Online) 1805-4633, 2007.
- [4] SAIGAL, S. and YANG, I. Nonlinear Dynamic Analysis with 48 DOF Curved Thin Shell Element. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Volume 21, Issue 6, pp. 1115-1128. ISSN (Online) 1097-0207, 1985.
- [5] RAVINGER, J. Vibration of Imperfect Thin-Walled Panel. Part 1: Theory and Illustrative Examples. Part 2: Numerical Results and Experiment. *Thin-Walled Structures*. Volume 19, Issue 1, pp. 1-36. ISSN (Online) 0263-8231, 1994.

Reviewers:

Prof. Ing. Zdeněk Kala, Ph.D., Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Czech Republic.

Ing. Miroslav Rosmanit, Ph.D., Department of Building Structures, Faculty of Civil Engineering, VŠB – Technical University of Ostrava, Czech Republic.

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 6

Filip HOKEŠ¹

SELECTED ASPECTS OF MODELLING OF NON-LINEAR BEHAVIOUR OF CONCRETE DURING TENSILE TEST USING MULTIPLAS LIBRARY

Abstract

The subject of this paper is to describe some of the aspects manifesting in the use of the elastoplastic material model library multiPlas, which was developed to support non-linear computations in the ANSYS system. The text focuses on the analysis of numerical simulations of a virtual tension test in several case studies, thereby the text endeavours to describe the problems connected with modelling non-linear behaviour of concrete in a tensile area.

Keywords

Concrete, fracture mechanics, damage theory, material non-linearity, Menétrey-Willam, FEM, ANSYS, multiPlas.

1 INTRODUCTION

The application of a non-linear description of the construction material behaviour at numerical simulations represents bringing mathematical modelling methods nearer to the real actions of structures. The finite element method (FEM), which is implemented to a number of commercial and academic software products (e.g. ANSYS [1], Atena [2]), is currently widely used for numerical simulations calculating on an effect of material as well as geometric non-linearity. Examples of applications of robust computational systems based on the finite elements for solving material non-linear problems are documented in a publication [3]. Other publications in professional journals and conference paper proceedings [4,5,6] are an evidence that the area of the description of quasi-brittle material structure behaviour in particular is a sphere of interest of many scientific workplaces and at the same time the mentioned points at issue have not been fully concluded so far.

One of the crucial problems of the constitutive relation definition for the concrete is the different behaviour under the tensile and compressive stress. The main difference lies in different proportions of the compressive and tensile strength that reaches significantly lower values. Considering the mentioned differences in concrete structure behaviour under different loads, the points at issue of the description of non-linear quasi-brittle material behaviour is connected with several theoretical areas: the theory of plasticity, the theory of linear and non-linear fracture mechanics and the damage theory [7]. This concept of so-called multi-surface plasticity is the essence of the material models in the multiPlas library [8] that was created as a supportive database for material non-linear computations in the ANSYS computational system. The level of the robustness of the application of computational tools enables to solve a really varied scale of non-linear problems, but still some specific consequences can arise at these simulations caused by the application of the finite element method and assumptions of the applied theories. The dependence to the finite elements size (spurious mesh sensitivity), problems of strain localization and the idealization of boundary conditions can be included among these negative aspects. Even though the

¹ Ing. Filip Hokeš, Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 597 148 207, e-mail: hokes.f@fce.vutbr.cz.

mentioned tools have the means intended for elimination of these defects, we can meet with their incorrect functionality in some cases.

The existence of often a large class of physically-mechanical and empirical parameters whose values are not systematized creates a significant problem connected with the application of the non-linear material models for the concrete, but also for other materials. Some of these parameters even do not have the physics and serve for instance as a stabilizing agent of the solution. One of the possibilities how to determine given parameters is the application of inverse identification methods among which exercises of artificial neural networks and optimization techniques can be included. However, the application of these methods requires a deep knowledge of the non-linear solution problems, the stability and the robustness of the solver as well as securing as smooth convergence as possible. The task of the presented text is to explain the aspects occurring at the solution of the material non-linear problems with the aid of the multiPlas library through several partial case studies whose successful solution has the potential to help at further applications of this material models library.

2 PROBLEM DEFINITION

To demonstrate the selected aspects occurring at the numerical investigation of the non-linear behaviour of the concrete, an elementary problem of the simple tension representing a virtual tension test on a concrete sample was chosen. The concrete sample of the C20/25 class in a shape of a beam of nominal dimensions: length l = 200 mm; height h = 100 mm; width b = 100 mm was considered for these purposes. This sample was exposed to tensile load on the opposites sides of the dimensions 100 x 100 mm. The form of the intended sample and the load scheme can be seen in Fig.1.



Fig. 1: Load scheme

The given task type was chosen with respect to its simplicity and the possibility to apply analytical methods to verify the results obtained by the non-linear solution with the use of the adequate material models. The dimensions of the considered sample further enabled to check a possible occurrence of the negative relation of the solution on the size of the finite element mesh. The selected type of the task also enabled to carry out computations at different levels of the complexness using both 3-D SOLID185 eight-node elements and plane PLANE182 four-node elements for the problems of the plane state of stress.

As for the load, the deformation load that appears to be more stable and better to converge at the computational solution was considered. The total load size was $d_{tot} = 0.0001$ m. During the virtual tension test it was considered as the horizontal displacement of a half size of d = 0.00005 m at the both ends of the body. On the basis of the elementary knowledge of the task and material geometry, a very simple analytic solution was carried out, whose purpose was to verify the subsequent numerical simulations. The above-mentioned values of the horizontal final deformations were with regard to the defect of a descending branch of the work diagram approximately 10 times greater than the deformation at reaching the material ultimate strength.

2.1 Simplified Analytic Solution

The simplified analytic solution was carried out under the assumptions of the linear elasticity theory. The purpose of the given solution was to determine the size of the introduced deformation $d_{lin,max}$ at reaching the material tensile strength $\sigma_{t,max}$ for which the following relation applies:

$$d_{lin,\max} = \frac{l \cdot \sigma_{l,\max}}{E_c} \tag{1}$$

where:

 E_c – is the Young's modulus of elasticity [Pa], l – is the length of the considered sample [m], $\sigma_{t,max}$ – is the ultimate tensile strength [Pa]

Considering the fact that this was a testing study the value of the modulus of elasticity and the concrete tensile strength was taken from the existing Czech technical standard ČSN EN 1992-1-1 [9]. For the considered C20/25 concrete class the normative value $E_c = 30$ GPa was applied and the tensile strength value was considered of the proportions of $\sigma_{t,max} = 2.4$ MPa. By substituting into the equation (1) the value of the tensile deformation at reaching the material ultimate strength was thus gained:

$$d_{lin,\max} = \frac{l \cdot \sigma_{t,\max}}{E_c} = \frac{0.2 \cdot 2.4 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^9} = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$
(2)

On the basis of the determined deformation $d_{lin,max}$ the maximum intensity of the tensile force $F_{t,max}$ for the given tensile deformation load d_{tot} was determined. The following equation was applied for the computation of the tensile force:

$$F_{t,\max} = \frac{d_{lin,\max} \cdot E_c \cdot A}{l} = \sigma_{t,\max} \cdot A \tag{3}$$

After adjustment and substitution to the equation (3) the value of the maximum tensile force $F_{t,max}$ was determined:

$$F_{t,\max} = \frac{d_{lin,\max} \cdot E_c \cdot A}{l} = \sigma_{t,\max} \cdot A = \sigma_{t,\max} \cdot b \cdot h = 2.4 \cdot 10^6 \cdot 0.1 \cdot 0.1 = 2.4 \cdot 10^4 \text{ N}$$
(4)

All the above-mentioned and calculated basic values of the F-d diagram of the load test are schematically indicated in the graph - see Fig. 2.



Fig. 2: Basic values of the F-d diagram of the load test

3 NON-LINEAR NUMERICAL ANALYSIS AND ITS SPECIFIC ASPECTS

For the virtual load test, which has been dealt with in the previous paragraphs, 4 sets of nonlinear numerical simulations in total were carried out in the ANSYS computational system. The nonlinear Menétrey-Willam material model from the multiPlas library was applied in all the cases. The effect of idealization of boundary conditions, the effect of the finite element mesh size, and the effect of a setting of some internal variables at the level of a final element was monitored within these case studies executed in the 2-D (3 sets) and in the 3-D environment (1 set).

3.1 Computational Model Geometry

The computational model creation including the setting of the material model, the application of boundary conditions, the setting and initialization of the solver and finally also the export of the resulting data indispensable for the F-d diagram creation were always performed within 1 programmed batch. The computational model geometry itself was with respect to its simplicity created in a hierarchical manner from points through the lines to the surfaces within the mentioned batch. In case of the 3-D alternative with the final elements of the brick type the above-mentioned surfaces were extruded in addition and thanks to this the body of the given size was created. The resulting geometric object was subsequently covered with the finite element mesh with the appropriate length of the side as can be seen in the examples in Fig.3.



Fig. 3: Computational models with the mesh from PLANE182 and SOLID185 elements (element size -5 mm)

The following cases of the finite element mesh dimensions were considered within the executed studies: 1 mm, 2 mm, 5 mm, 10 mm and 20 mm. However, this planning failed to be kept rigorously, as the requirements on the computational time in the case of the 1 mm alternative with the SOLID185 elements were enormous.

3.2 Material Model Description and Setting

The applied non-linear Menétrey-Willam [10] material model is based on the Willam-Warnke [11] yield surface, which is contrary to the Drucker-Prager surface the function of not only the first and the second, but also of the third invariant of the stress deviator (so-called Lode angle). Softening the corners of the deviatoric planes of the yield surface that, moreover, do not have a constant distance from the hydrostatic axis in the Haigh-Westergaard space [8] is achieved by this adjustment. This aspect is one of the basic characteristic features of the multi-surface plasticity concept that is currently applied at the multiPlas library models. Comparison of the deviatoric planes of the yield surface is shown in Fig. 4.



Fig. 4: Comparison of the deviatoric planes of the yield surface

The Menétrey-Willam material model belongs to a group of models that cannot cover the effect of strain rate on the state of stress. Irreversible strains arise at reaching the yield surface, while the disintegration of the total strain vector ε_{tot} into an elastic ε_{el} and plastic ε_{pl} part [8] is assumed.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tot}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}} \tag{3}$$

From the point of view of the finite element method application the selected material model uses the smeared cracks concept. To solve the given problem an alternative using the softening function based on the dissipation of the specific fracture energy G_f was selected. In relation to the necessity to eliminate the negative relation of the solution on the size of the finite element mesh the non-linear Menétrey-Willam model uses Bažant's Crack Band concept [12].

To achieve corresponding non-linear functioning of this model, 10 material parameters in total whose description and values selected in the case studies are summarized in Table 1 need to be predefined. These parameters were chosen purely at random for the purpose of the simplicity of the executed study and thus do not have any connection to the actual parameters of the selected material. Their actual values could be obtained using the inverse identification method from the data originating from the real experiments, as indicated in the introductory passage.

Besides the above-mentioned non-linear parameters, linear-elastic parameters were necessary to be preset as well as required by the ANSYS computational system. With regard to this fact, the modulus of elasticity of the size of $E_c = 30$ GPa and the Poisson's ratio v = 0.2 were set. In addition to these parameters having the character of the physically-mechanical qualities of the used material, also other state and computational variable whose detailed description can be found in the quoted literature [8] had to be preset.

Parameter	Unit	Value	Description
$\sigma_{c,\max}$	[Pa]	$30.0 \cdot 10^{6}$	Uniaxial ultimate compressive strength
$\sigma_{t,\max}$	[Pa]	$2.4 \cdot 10^{6}$	Uniaxial ultimate tensile strength
σ_b	[Pa]	$36.0 \cdot 10^{6}$	Biaxial compressive strength
Ψ	[°]	10.0	Dilatancy angle
κ_{cm}	[-]	3.0.10-4	Plastic strain corresponding to the maximum load
Ω_{ci}	[-]	0.75	Relative stress level at start of non-linear hardening in compression
Ω_{cr}	[-]	0.10	Residual relative stress level in compression
Gfc	[Nm/m ²]	1000.0	Specific fracture energy in compression
G_{ft}	[Nm/m ²]	100.0	Specific fracture energy in tension
Ω_{tr}	[-]	0.05	Residual relative stress level in tension

Tab. 1: Material parameters - description and values selected in the case studies

3.3 Boundary Conditions

One of the aspects having a direct effect on the quality and solvability at all are the boundary conditions. At idealization of the solved problem in the ANSYS computational system the selected deformation load was set as the horizontal displacement on the boundary nodes of the mesh. In the first case study the zero vertical displacement was further specified on the boundary nodes on the right only to ensure a correct support of the model. However, considering the results this support appeared to be incorrect, which resulted in a change of the boundary conditions in the second case study. In this set of the computations, the zero vertical displacement was specified on the boundary nodes on the boundary nodes of the sample. This arrangement of the boundary conditions had a positive effect on the quality of the results and so it was applied on the computational models in the third and fourth case study. The mentioned fourth and the last case study was already executed from the 3-D solid elements SOLID185 and therefore it requested a support in the horizontal and transverse direction. Considering the above-mentioned information this support was also carried out in the same manner as in the case of the vertical one. The consecutive idealization of the boundary conditions as it has been described above is documented in Fig. 5.



Fig. 5: Idealization of the boundary conditions

3.4 Results and Monitored Aspects

With regard to the complications occurred in the area of the idealization of the boundary conditions and the need to verify the correct functioning of the selected finite elements PLANE182 and SOLID185 4 sets of the case simulations in total were solved using the solver of the Newton-Raphson system of non-linear equations of the ANSYS computational system. Within these case studies, the effect of the different finite element mesh size of 1 mm, 2 mm, 5 mm, 10 mm and 20 mm was monitored.

The first set of the non-linear simulations using the above-mentioned material model with the vertical support of the computational model showed the incorrect results within the obtained *F-d* diagrams on one side only. Each of the curves had a different shape both in the area of the maximum tensile endurance, thus in the area of the localization of cracks, and at the descending branch. No connection with the dependence on the mesh was evident from the shapes of these curves and also from the values of the maximum tensile force $F_{t,max}$ achieved, which are documented in Fig. 7(a). With respect to these results that are presented in Fig. 6(a), 7(a), 8(a), the boundary conditions were modified and subsequently a new set of the computational models was analysed.



Fig. 6: F-d diagrams of solved case studies (-1 mm, -2 mm, -5 mm, -10 mm, -20 mm)

In this second set of the simulations the previous irregularities were adjusted. However, the resulting F-d diagram of the computational model with the finite element mesh of the size of 1 mm diverged noticeably from the others. The shape of the resulting curves is shown in Fig. 6(b). The above-mentioned problems led to the adjustment of the internal variable of the PLANE182 element, where an enhanced strain formulation was chosen instead of the full integration. The 3rd set of the computational models of the virtual tension test was computed with the given modification at the level of the applied finite element. The results of the 3rd set are presented by Fig. 6(c), 7(c) and 8(c).

The last set of the numerical simulations was already executed on the 3-D solid elements SOLID185 that dispose of 3 translation degrees of freedom in all 8 nodes. The computations on this set showed to be very demanding from the point of view of the requirements on the hardware and the computational time. Due to this fact the model with the mesh of the size of 1 mm currently has not been analysed successfully yet, thus the graphs in Fig. 6(d), 7(d) and 8(d) do not show such information capability. Still, we can say that the resulting *F-d* diagrams for the meshes of 2 mm, 5 mm, 10 mm, 20 mm have almost identical form as the curves of the 2nd and 3rd set computed on the PLANE182 elements.

The conclusions made in the previous paragraphs are also documented in the graphs in Fig. 7(a) to 7(d). The graphs represent the intensity of the maximum achieved force $F_{t,max}$. As it has already been mentioned, the adjustment of the boundary conditions led to the considerable solution stabilization and the values of the maximum tensile force showed falling tendency when enlarging the finite element mesh. The graph in Fig. 7(d) where the error at the mesh of 20 mm most probably occurred represents the exception to the rule. The author assumes that the given error at the SOLID185 elements was caused by their inappropriately chosen size to the task dimensions.



When comparing the obtained results with the previously executed simplified analytic solution of the task we can state that there is a very good congruence between the computational and analytical solutions. The average intensity of the maximum achieved tensile force $F_{t,max}$ reached 23.923 kN at the 1st set, 23.855 kN at the 2nd set, 23.855 kN at the 3rd set and 23.687 kN at the 4th set. There are thus deviations of 0.319 %; 0.606 %; 0.606 % and 1.304 %. Further we can mention that in the case of the 2nd and 3rd set the difference of the maximum tensile force $F_{t,max}$ between 1 mm and 20 mm mesh reached the intensity of and $\Delta F_{t,max,3} = 31.7$ N. The above-mentioned values of the observed control variables and their comparison with the analytic solution is presented in Tab. 2.

Further, in Fig. 8(a) to 8(d) below the value of the initial tangential modulus of elasticity $E_{tan,ini}$ is presented. The accurate comparison of the achieved values including the deviations from the analytic solution is also summarize in Tab. 2.

	F _{t,max} [N]	F _{t,max,avg} [N]	Δ [%]	Ec [GPa]	Etan,ini,avg [GPa]	Δ [%]
1st set	24000,0	23923.8	0.319		30.118	0.393
2nd set		23854.6	0.606	20.000	30.208	0.693
3rd set		23854.6	0.606	30.000	30.208	0.693
4th set		23687.1	1.321		30.402	1.322

Tab. 2: Calculated control variables and their comparison with the analytic solution



Fig. 8: Comparison of results

4 CONCLUSION

The published results of the numerical studies mapping the application of the multiPlas library of the material models prove the applicability of this computational tool for solution of the physically non-linear tasks. However, it should be mentioned, that the correct idealization of the specific task plays a significant role in the solving problems using the finite element method. In this respect the special attention has to be paid to the correct set of the boundary conditions. Although the selected problem was geometrically relatively simple, the negative dependence on the finite element mesh had an impact on some of the solved sets of the computation models.

This negative aspect proved at all the models with the mesh size of 1 mm. The results for the 2 mm mesh were already almost identical with 20 mm. Unfortunately, within the executed numerical case studies this negative aspect with the use of the 3-D solid elements SOLID185 failed to be proved or disproved, because of the hardware and time demandingness of the computation. However, the author believes that these results will be obtained successfully in the future.

ACKNOWLEDGMENT

The contribution has been created with the financial support of the project GACR 14-25320S "Aspects of the use of complex nonlinear material models" provided by the Czech Science Foundation and with financial support of the specific research project of Brno University of Technology FAST-J-14-2359 "Nonlinear computational models of prestressed concrete elements".

LITERATURE

- [1] ANSYS INC. ANSYS Mechanical APDL Theory Reference. Canonsburg, PA 15317, 2013.
- [2] ČERVENKA CONSULTING LTD. ATENA Program Documentation. Praha, 2013.
- [3] BARTON D. C. Determination of the high strain rate fracture properties of ductile materials using a combined experimental/numerical approach. *International Journal of Impact Engineering* [online]. 2004, vol. 30, 8-9, pp. 1147-1159 [cit. 2015-11-29]. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.01.006. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0734743X04000235.
- [4] GRASSL, Peter and Milan JIRÁSEK. Damage-plastic model for concrete failure. *International Journal of Solids and Structures* [online]. 2006, vol. 43, 22-23, pp. 7166-7196 [cit. 2015-11-29]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2006.06.032. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S002076830600240X.
- [5] STRAUSS, Alfred, Thomas ZIMMERMANN, David LEHKÝ, Drahomír NOVÁK and Zbyněk KERŠNER. Stochastic fracture-mechanical parameters for the performance-based design of concrete structures. *Structural Concrete* [online]. 2014, vol. 15, issue 3, pp. 380-394 [cit. 2015-11-29]. DOI: 10.1002/suco.201300077. Available from: http://doi.wiley.com/10.1002/suco.201300077.
- [6] HOKES, Filip. The Current State-of-the-Art in the Field of Material Models of Concrete and other Cementitious Composites. In: *Applied Mechanics and Materials* [online]. 2015, pp. 134-139 [cit. 2015-11-29]. ISSN 1662-7482. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.729.134. Available from: http://www.scientific.net/AMM.729.134.
- [7] JIRÁSEK, Milan and Jan ZEMAN. Deformation and failure of materials: creep, plasticity, fracture and damage. (Přetváření a porušování materiálů: dotvarování, plasticita, lom a poškození). Vyd. 1. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2006, 175 s. ISBN 978-80-01-03555-9.
- [8] DYNARDO. Multiplas: User's Manual Release 5.1.0 for 15.0. Weimar, 2014.
- [9] ČSN EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings. Praha: ČNI, 2006.
- [10] MENÉTREY, Philippe. Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures. Lausane, 1994. PhD Thesis. EPFL.
- [11] WILLAM K. J. and E. P. WARNKE. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. In *Proceedings of the International Association for Bridge and Structural Engineering*. 1975, vol. 9, pp. 1-30.
- [12] BAŽANT, Zdeněk P. and B. H. OH. Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et Constructions* [online]. 1983, vol. 16, issue 3, pp. 155-177 [cit. 2015-11-29]. DOI: 10.1007/BF02486267. Available from: http://link.springer.com/10.1007/BF02486267.

Reviewers:

Ing. Filip Fedorik, Ph.D., Structural Engineering and Construction Technology, University of Oulu, Finland.

Ing. Bc. Oldřich Sucharda, Ph.D., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, VŠB – Technical University of Ostrava, Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 7

Táňa HOLUŠOVÁ¹, Miguel LOZANO², Alfonso FERNÁNDEZ-CANTELI³, Tereza KOMÁRKOVÁ⁴, Dalibor KOCÁB⁵, Stanislav SEITL⁶

INFLUENCE OF THE GRIPPING FIXTURE ON THE MODIFIED COMPACT TENSION TEST RESULTS: EVALUATION OF THE EXPERIMENTS ON CYLINDRICAL CONCRETE SPECIMENS

Abstract

The modified compact tension test (MCT) might become in the future a stable test configuration for the evaluation of fracture-mechanics parameters or also for description of fatigue behavior of composites materials such as concrete. Core drilling is used for sampling of existing structures. These samples have cylindrical shape with the selected thickness to avoid the stress concentration. This contribution focuses on the evaluation of the fracture behavior during static and quasi static tests. Static tests are performed on standard specimen with diameter 150 mm and length 300 mm. The quasi-static tests are performed using two different gripping fixtures. The results for quasi-static tests are represented as L-COD diagrams (i.e. load vs. crack opening displacement) measured on the loading axis. The comparison of results and discussion of advantages and disadvantages are introduced.

Keywords

Modified Compact Tension Test, Fracture Parameters, Cementitious Composites, ARAMIS measurement, grips.

1 INTRODUCTION

A series of standardized experimental test procedures for evaluation of fracture-mechanics parameters are found in literature, e.g. see [6] and [11]. The two most suitable types of such tests are used for concrete beams with or without reinforcement. In the first case, the three point bending test (3PB) is applied to smaller beams either of dimensions $40 \times 40 \times 160$ (120) mm³ or

- ¹ Ing. Táňa Holušová, Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 541 148 209, e-mail: holusova.t@fce.vutbr.cz.
- ² MSc. Miguel Lozano, Dpt. of Construction and Manufacturing Engineering, University of Oviedo, Campus Universitario de Gijón, 33205 Gijón, labresuniovi@gmail.com.
- ³ Prof. Alfonso Fernández-Canteli, Dpt. of Construction and Manufacturing Engineering, University of Oviedo, Campus Universitario de Gijón, 33205 Gijón, afc@uniovi.es.
- ⁴ Ing. Tereza Komárková, Institute of Building Testing, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 541 147 830, e-mail: komarkova.t@fce.vutbr.cz.
- ⁵ Ing. Dalibor Kocáb, Institute of Building Testing, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 541 147 811, e-mail: kocab.d@fce.vutbr.cz.
- ⁶ Doc. Ing. Stanislav Seitl, Ph.D, Institute of Physics of Materials, Academy of Sciences of the Czech Republic, Žižkova 22, 616 62 Brno and Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 532 290 361, e-mail: seitl@ipm.cz.

 $100 \times 100 \times 400$ (300) mm³ without reinforcement, see e.g. [2], [6] or [19]. In the second case the four point bend test (4PB) is applied mostly on larger reinforced concrete beams. In both cases the starting notch aims at ensuring localization of the crack growing.

The amount of the material bound to the ligament, defined as the area of the specimen measured from the top of the notch to the back edge of the specimen, is relatively small compared to that of the material used in the fabrication of the 3PB and 4PB tests beams, this representing a relative handicap for this kind of fracture tests. This is the reason why researchers look for another alternative to determine the fracture mechanical properties on more compact specimens, i.e. requiring less material but also being easily obtained from real constructions. With this aim, the wedge splitting test (WST) was postulated [14], which can be applied for measurement of fracture parameters using, indistinctly, cubic (see [7] and [8]) or cylindrical specimens (see [15]). The shape of the modified compact tension specimen comes from the standard compact tension (CT) specimens being used by testing of metallic materials. Different experimental test set-ups have been used as bending test on notched cylindrical halves (semicircular bend, see [3]) but also as disk-shaped compact tension specimens with two holes for placing the pins, see [18]. Another approach for applying the splitting load to the specimen is proposed in [10] where two steel loading frames were applied instead of two holes for pins, although on a cubic shaped CT specimen. Cifuentes et al. recently postulated the study of the applicability of MCT specimen for measuring the fracture energy of concrete that indicates very promising consistency of the specific fracture energy value for different widths and notch depths, were also the comparison of the MCT test with the traditional fracture test 3PB were carried out, see in [2]

The aim of this contribution is to compare the data obtained from standard compression test performed on 150×300 mm cylinders in the laboratory of Faculty of Civil Engineering Brno University of Technology with those obtained from the modified compact tension test performed in the laboratory of the University of Oviedo. The MCT specimens have cylindrical shape with diameter 150 mm and thickness 60 mm. The advantages or disadvantages of using eye nuts at the end of the steel bars against the current solution using steel bars directly clamped at the machine grips are also analyzed, see figure 2. The results are summarized as loading diagrams representing the load versus crack opening displacement measured on the axis of the steel bars (Load – COD). The results of the standard pressure test (performed on concrete cylinders) and fracture parameters (calculated from MCT experiments) are also summarized and compared. This contribution continues a previous numerical study performed by finite element software ATENA, see e.g. [1] and [4], focused on the comparison of those two ways of fixing the specimens into the test machine. Obtained fracture-mechanical parameters can be used as input values for modeling in finite element software.

2 EXPERIMENT

2.1 Material and specimen preparation

Twelve standardized cylinders with 150 mm diameter and 300 mm length were fabricated by the company BETOTECH, ltd. in plain class C 30/37 concrete. The maximum aggregate grain of 4 mm was chosen considering the MCT specimens ligament length. The composition of the concrete mixture is shown in table 1. Six cylinders were sent to the laboratory of University of Oviedo from which four slide specimens with 60 mm thickness were cut off for the MCT tests.

Designation	CEM I 42,5 R Wet	Ash Opatovice	DTK 0/4 Tovačov	Water	Sika ViscoCrete 20 Gold
Amount [kg]	450	100	1440	250	2

Tab. 1: Composition of used concrete mixture

2.1 Specimens for standard compression test

The standard compression test was performed on six cylinders after 28 days from the fabrication time for evaluation of the compression strength as the input value for the concrete model to be used in the numerical calculation of the MCT test, see figure 1. Three of those six cylinders were used for evaluation of the static Young modulus according to European standard: EN 12390-13 Testing hardened concrete – Part 13: Determination of secant modulus of elasticity in compression, method B. The measured average dimensions and cylinders weight for evaluating the density are shown in table 2.



Fig. 1: Six standard cylinders prepared for compression test (1-6) and for evaluation of the static Young modulus (4-6)

Designation	m [kg]	<i>d</i> [mm]	<i>l</i> [mm]	ρ [kg/m ³]
1	10.684	149.41	286.43	2127
2	11.001	149.38	292.22	2148
3	10.514	149.37	280.02	2143
4	10.854	149.45	288.27	2146
5	10.870	149.37	289.15	2145
6	10.790	149.38	287.48	2142

Tab. 2: Dimensions (d, l), weights (mass m) and densities (ρ) of concrete cylinders

2.2 Specimen preparation for the modified compact tension test

The shape of the MCT test is based on specimens for standard compact tension test (CT), used for metallic materials [1]. The aim of the present MCT test is to compare different ways of fixing the steel bars to the test machine. The current fixing consists in clamping directly the bars into the grips as seen in figure 2a), which causes rising of an undesirable moment at the ligament due to bending of the bar during the notch opening. Instead, the load can be applied through eye nuts (see figure 2b)) provided just at the bars protruding from the specimen thus allowing a rotation of the specimen during notch opening. This avoids bending of the drawing bars and, as a consequence, the moment at the ligament so that the MCT specimen behavior approaches to that experienced by the CT test. MCT specimens are cut of the prepared cylinders for standard pressure test, but former contributions indicates the convenience of using a plastic pipe of the internal diameter 153 mm, as casting mold, see [2] and [5].

Placing the steel bars into the specimen can be done in two ways. In the first case, the steel bars are placed before concrete casting, so that full connection is achieved between concrete and steel. In the second case, the steel bar must be introduced into specimen after the required 28 days

hardening of concrete. The hole is drilled off from the specimen side for allocating the steel bar, which is then glued by the strong epoxy. The method applied to the MCT test consisting in drilling hole and threading the uncut steel bar through the specimen hole is shown in figure 3. A laser beam on the specimens helps to maintain the right orientation of the drilled hole. The initial notch is machined on the specimen perpendicularly to the steel bar once the epoxy glue gets hard.



Fig. 2: Fixing of MCT specimen into the test machine: a) Current grips; b) Eye nuts provided at the ends of the steel bars



Fig. 3: Threading the steel bars into the holes drilled in the MCT specimen

2.3 MCT test

MCT specimens are marked by the initials SP (specimen), number of specimen and the type of steel bars fixture to the test machine. The current gripping system is denoted by the capital letter A and eye nuts gripping at the ends of the steel bars, by the capital letter B. Five specimens for each fixture system are prepared, the current fixture being denoted SP1A – SP5A and the fixture with eye nuts at the ends of the steel bars, SP1B – SP6B. One extra specimen is used in case of fixture B because specimen SP1B happens to be faulty. All specimens are dimensioned for relative notch

length $\alpha = 0.3$ and the steel bar placed at a distance W = 120 mm from the back front, while the real measured dimensions are shown in table 3 according the designations in figure 4, where:

- dis the diameter of the specimen in [mm],Wis the location of the steel bars in [mm], l_{lig} is the length of the ligament v [mm],ais the length of the starting notch measured fromthe steel bars axis in [mm],Pis the thickness (breadth) of the specimen in [mm]
- *B* is the thickness (breadth) of the specimen in [mm],
- α is the relative notch length [-],
- A_{lig} is the area of the ligament in [mm²].



Fig. 4: MCT specimen designations

The ligament area A_{lig} is calculated as the product of the ligament length (l_{lig}) times the specimen thickness (B). The relative notch length (α) is the ratio of the length of the starting notch (a) to the parameter of the steel bars location (W).

The tests are performed on a servo-hydraulic test machine MTS Bionix of 25 kN loading capacity, see figure 5, meanwhile the surface deformation was captured by the 3D digital image correlation ARAMIS system of GOM, where the preparation of the specimen surface was done according to the recommendation in ARAMIS: User Manual – Software. The speed of the loading was 0.2 mm/min.



Fig. 5: Servo-hydraulic test machine MTS Bionix with specimen fixed by the eye nuts and 3D optical camera system ARAMIS

Des.	d [mm]	W [mm]	<i>l</i> lig [mm]	<i>a</i> [mm]	B [mm]	α[-]	$A_{ m lig}[m mm^2]$
SP1A	149.72	115	84.50	30.50	60.00	0.265	5070
SP2A	150.00	120	82.55	37.45	59.50	0.312	4912
SP3A	149.70	116	83.58	32.42	60.00	0.279	5015
SP4A	149.10	115	85.60	29.40	57.85	0.256	4952
SP5A	149.10	118	83.50	34.50	58.76	0.292	4906
SP1B	149.60	-	82.20	-	59.00	-	4850
SP2B	149.70	120	83.02	36.98	60.00	0.308	4981
SP3B	149.43	118	83.20	34.80	58.96	0.295	4905
SP4B	149.27	115	84.60	30.40	59.53	0.264	5036
SP5B	149.27	120	85.25	34.75	60.06	0.290	5120
SP6B	149.19	115	84.75	30.25	60.20	0.263	5102

Tab. 3: Dimensions of the MCT specimens

3 RESULTS – STANDARD PRESSURE TEST

The standard pressure test was performed on six cylinders with diameter 150 mm and length 300 mm. The speed of the loading was 0.6 MPa/s according to European standard EN 12390-3:2009. Final values of cylindrical strength $f_{c,cyl}$ and the static modulus of elasticity $E_{c,s}$ are listed in table 4. Average value of cylindrical strength is $f_{c,cyl} = 43.8$ MPa which is calculated from the maximum load $F_{c,max}$ divided by the area of the cylinder's top (calculated from the diameter *d* in table 2. The average value of static modulus of elasticity is $E_{c,s} = 25100$ MPa.

Designation	F _{c,max} [kN]	f _{c,cyl} [MPa]	Ec,s [MPa]
1	752.0	42.9	-
2	2 716.1		-
3	768.8	43.9	-
4	806.0	45.9	24 100
5	777.4	44.4	26 200
6	785.3	44.8	24 900
φ	-	43.8 ± 1.6	25 100

Tab. 4: Final values obtained from pressure test and values of modulus of elasticity

4 RESULTS AND DISCUSSION – MCT TEST

The L-COD (i.e. Load – Crack Opening Displacement) diagram is recording during loading of the MCT specimen measured on the axis of the steel bars, which are used to evaluate the fracture parameters of the material. The loading curves of current fixing (variation A) are shown in the graph in the figure 6 and the loading curve for the second variation (B) are shown in diagram in figure 7.

The results obtained for the specimen with mark SP4B were eliminated from the evaluation because of the bad adjustment of the loading speed during experiment.

4.1 Evaluation of L-COD diagrams

Elastic modulus of elasticity (E) was calculated by the recommendation of RILEM [10] from Hook's Law (1) from stress-strain diagram.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{1}$$

The value of fracture toughness K_{Ic} is calculated by equation (2), where P_{max} is the maximum achieved load in [N], B and W represent the dimensions of the specimen (see table 3), $Y(\alpha)$ is the shape function for CT specimen as given from [16] and $B_{I}(\alpha)$ is the shape function for MCT specimen, taken from [13] and [17].

$$K_{Ic} = \frac{P_{\max}}{B \cdot W} \cdot M \cdot B_1(\alpha)$$
⁽²⁾

The shape function as given from [16] ($K_{\text{Ic}}^{\text{CT}}$):

The shape function for place of the steel bar W = 110 mm:

$$Y(\alpha) = 59.139 - 515.78 \,\alpha + 1772.4 \,\alpha^2 - 2591.2 \,\alpha^3 + 1436.6 \,\alpha^4 \tag{3}$$

The shape functions taken from [13] and [17] ($K_{\rm Ic}^{\rm MCT}$):

The shape function for place of the steel bar W = 110 mm:

$$B_{1}(\alpha) = -23.943 + 309.04 \,\alpha - 1335.2 \,\alpha^{2} + 2947.6 \,\alpha^{3} - 3202 \,\alpha^{4} + 1429.6 \,\alpha^{5} \tag{4}$$

The shape function for place of the steel bar W = 120 mm:

$$B_{1}(\alpha) = -33.482 + 416.97 \,\alpha - 1804.2 \,\alpha^{2} + 3948.3 \,\alpha^{3} - 4254.7 \,\alpha^{4} + 1869.7 \,\alpha^{5}$$
(5)



Fig. 6: Loading curves for current variation of fixing of the steel bars (A)



Fig. 7: Loading curves for variation with the use of eye nuts at the ends of the steel bars (B)

The values of fracture energy were calculated by the RILEM recommendation [12]. The value of work of fracture (W_f), which corresponds with the area under the loading curve, is divided by the ligament (A_{lig}) relevant to exact specimen and loading curve.

Even though all MCT specimen are created from the very same material, the loading curves show in rising part much higher dispersion in case of using the current fixing of the steel bars into test machine (variation A) instead of case with use of eye nuts at the ends of the steel bars (variation B), which can be seen in diagrams in figure 6 and figure 7. The variance of the modulus of elasticity values from the average values is under \pm 18 % in case of variation A and under \pm 5% in case of variation B. However the average values of modulus of elasticity obtained from measured data (*E*) is differed from the average value of modulus of elasticity measured on standard cylinders with dimensions 150 × 300 mm $E_{c,s} = 25$ 100 MPa under \pm 8.2 % in case of variation A and under \pm 5.1 % in case of variation B. The $E_{c,s}$ value was obtained from standard pressure test on cylinders instead of *E* values obtained from tensile tests, so the differences could be expected.

The value of $K_{\rm Ic}$ was calculated by use of shape function for CT specimen $(K_{\rm Ic}^{\rm CT})$ and for MCT specimen $(K_{\rm Ic}^{\rm MCT})$. In the first case $(K_{\rm Ic}^{\rm CT})$ is the variance of the values under ± 15 % in case of variation A and in case of variation B under 4 %. In the second case $(K_{\rm Ic}^{\rm MCT})$ is the variance of the values under ± 12 % in case of variation A and in case of variation B under ± 9 %.

The average value of fracture energy in case of variation A is 85.58 ± 9 % J/m² and in case of variation B is 140.14 ± 1 % J/m². The process of decreasing part of the loading curve in case of variation B is the reason of 40 % higher value of fracture energy. Approximately two times higher value of crack opening displacement in area of macro-cracks can be seen in loading curves in case of variation B against the case of variation A in figures 6 and 7. This increase is caused by the allowed rotation of the specimen around the pins, which are fitted into eye nuts.

Obtained average values of modulus of elasticity E, fracture toughness K_{Ic} (versions CT and MCT) and fracture energy G_f are shown in table 5 together with their standard deviations.

Designation		SP_A	SP_B		
Designation	Value	Standard deviation	Value	Standard deviation	
E [MPa]	27 343	4 941	23 822	1 099	
$K_{\rm Ic}^{\rm CT}$ [MPa × m ^{1/2}]	0.764	0.116	0.732	0.032	
$K_{\rm Ic}^{\rm MCT}[{\rm MPa} \times {\rm m}^{\frac{1}{2}}]$	0.726	0.090	0.729	0.065	
$G_{\rm f} [\rm J/m^2]$	85.58	7.8	140.14	1.76	

Tab. 5: Average values of fracture parameters and their standard deviations

5 CONCLUSIONS

This contribution is focused on the evaluation of the experimental fracture results obtained by MCT specimens with diameter 150 mm and thickness 60 mm, both for the current fixture represented as steel bars clamped in the grips of the test machine (fixture A) and for the hinged fixture provided by the eye nuts placed at the ends of the steel bars (fixture B), the latter aiming at the configuration of the MCT being most conform with the standard compact tension.

From the measured data the following conclusions are drawn:

- The average values of the Young modulus E for both fixtures differ from the static Young modules $E_{c,s}$ less than 8.2 % in case of fixture A and under 5.1 % in case of fixture B.
- The average values of the fracture toughness parameter $K_{\rm lc}^{\rm CT}$ differs for both fixtures less than 4.2 %.
- The average values of the fracture toughness parameter $K_{\rm Ic}^{\rm MCT}$ for both fixtures differs less than 0.5 %.
- The value of the fracture energy $G_{\rm f}$ for fixture B is higher than that for fixture A.

A steep decrease in the decreasing part just behind the top of the loading curve is noticed in the plots of figure 6 and 7. This phenomenon can be observed in both fixture cases. The linear shape of the curves in these areas between 0.05 - 0.3 mm is due to lack of the measured points and the quick descent of the measured load. The rigidity of the test machine and the relatively higher speed of the loading could be, possibly, the reasons of such a phenomenon. However, further study is needed since this effect does not appear in all the cases studied as the graphs confirm.

ACKNOWLEDGMENT

The paper has been supported by the project of junior specific research with the registration number FAST-J-15-2760 and by the Grant Agency of the Czech Republic number 13-18870 S. The financial support of the project SV-PA-11-012 by the Asturian Regional Government is also acknowledged.

REFERENCES

- [1] ASTM International Standard E399. Standard test method for linear-elastic method of planestrain fracture toughness KIC of metallic materials, 2006, 33 pp.
- [2] CERVENKA, V, CERVENKA, J, PUKL, R. ATENA A tool for engineering analysis of fracture in concrete. Sadhana, Vol. 27, Part 4. 2002, pp. 485–492.
- [3] CIFUENTES, H., LOZANO, M., HOLUŠOVÁ, T., MEDINA, F., SEITL, S., FERNÁNDEZ-CANTELI, A. Applicability of a Modified Compact Tension Specimen for Measuring the Fracture Energy of Concrete. Anales de Mechanica de la Fractura, Vol. 32. 2015, pp. 208– 213, ISSN: 0213-3725.
- [4] HASSAN, M. M. Relationship between creep time dependent index and Paris Law parameters for bituminous mixtures. Journal of the South African Institution of Civil Engineering, Vol. 55, No. 2. 2013, pp. 8–11, ISSN: 1021-2019.
- [5] HOLUŠOVÁ, T., SEITL, S., CIFUENTES, H., FERNÁNDEZ-CANTELI, A. A numerical study of two different specimen fixtures for the modified compact tension test – their influence on concrete fracture parameters. Fracture and Structural Integrity, Vol. 35. 2016, pp. 448–455, (in press).
- [6] HOLUŠOVÁ, T., SEITL, S., FERNÁNDEZ-CANTELI, A., Numerical Simulation of Modified Compact Tension Test depicting of Experimental Measurement by ARAMIS. Key Engineering Materials, V. 627. 2014, pp. 277–280, ISSN (web): 1662-9795. doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.627.277.
- [7] KARIHALOO, B. L. Fracture mechanics and structural concrete. New York: Longman Scientific & Technical. 1995, 330 pp. ISBN: 978-05-822-1582-5.

- [8] KORTE, S, BOEL, V, DE CORTE, W, DE SCHUTTER, G. Static and fatigue fracture mechanics properties of self-compacting concrte using three-point bending tests and wedgesplitting tests. Construction and Building Materials, Vol 57. 2014; pp. 1–8, ISSN: 0950-0618, doi:10.1016/j.conbuildmat.2014.01.090.
- [9] MERTA, I, TSCHEGG, E. K. Fracture energy of natural fibre reinforced concrete. Construction and Building Materials, Vol. 40. 2013; pp. 991–997, ISSN: 0950-0618, doi:10.1016/j.conbuildmat.2012.11.060.
- [10] OŽBOLT, J., BOŠNJAK, J., SOLA, E. Dynamic fracture of concrete compact tension specimen: Experimental and numerical study. Journal of Solids and Structures, Vol. 50. 2013, pp. 4270–4278, ISSN: 0020-7683, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2013.08.030.
- [11] RILEM Report 39. Experimental Determination of the Stress-Crack Opening Curve for Concrete in Tension. Technical Committee TC 187. 2007, ISBN: 978-2-35158-049-3.
- [12] RILEM Report 5, Fracture Mechanics Test Methods for Concrete, S. P. Shah, A. Carpinteri (Eds.), Hall, London, 1991.
- [13] RILEM TC-50 FMC Recommendation. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams. Materials & Structures, Vol. 18, Issue 4. 1985, pp. 287–290, ISSN (web): 1871-6873.
- [14] SEITL, S., VISZLAY, V., CIFUENTES, H., CANTELI, A. Stress analysis of modified compact tension specimens: K-calibration curves. Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series, Vol. 15 No. 2., 2015, (in press).
- [15] TSCHEGG, E. K. Equipment and appropriate specimen shapes for tests to measure fracture values. Austrian Patent Nr. 390328, 1986, Austrian Patent Office.
- [16] VESELÝ, V., HOLUŠOVÁ, T., SEITL, S. Numerical prediction of parasitic energy dissipation in wedge splitting tests on concrete specimens. 18th International Conference Engineering Mechanics 2012, Czech Republic, pp. 1497–1504, ISBN: 978-80-86246-39-0.
- [17] VISZLAY, V., HOLUŠOVÁ, T., Numerická analýza vplyvu modifikácie skúšky excentrickým ťahom na hodnoty súčiniteľov biaxiality. 16th International Conference of PhD Students. 2014, Faculty of Civil Engineering, BUT, CR, pp. 6, CD, ISBN 978-80-214-4851-3.
- [18] VISZLAY, V., Numerická podpora pro analýzu únavového chování cementových kompozitů. 2014, Bachelors thesis, Brno University of technology, Faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics, pp. 44.
- [19] WAGONER, M. P., BUTTLAR, W. G., PULINO, G. H. Disk-shaped Compact Tension Test for Asphalt Concrete Fracture. Experimental mechanics, Vol. 45, No. 3. 2005. pp. 270–277. ISSN: 0014-4851, doi: 10.1177/0014485105053205.
- [20] XU, S., REINHARDT, H. W. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture Part I: experimental investigation of crack propagation. International Journal of Fracture, Vol. 98, Issue 2. 1999. pp. 111–149. ISSN (web): 1573-2673, doi: 10.1023/A:1018668929989.

Reviewers:

Prof. Jacek Domski, Ph.D., Department of Concrete Structures and Technology of Concrete, Faculty of Civil Engineering, Environmental and Geodetic Sciences, Koszalin University of Technology, Poland.

Ing. Bc. Oldřich Sucharda, Ph.D., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, VŠB – Technical University of Ostrava, Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 8

Anežka JURČÍKOVÁ¹, Přemysl PAŘENICA², Miroslav ROSMANIT³

NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ A LABORATORNÍ ZKOUŠKY ŠROUBOVANÝCH MONTÁŽNÍCH SPOJŮ S ČELNÍ DESKOU

NUMERICAL MODELLING AND LABORATORY TESTS OF END-PLATE ASSEMBLING BOLT CONNECTIONS

Abstrakt

Předmětem této práce bylo vytvoření numerických modelů šroubovaných montážních spojů CHS (kruhové duté profily), resp. L profilů s čelní deskou a jejich následné porovnání s provedenými laboratorními experimenty. Porovnání výsledků ukázalo, že numerické modely vystihují základní chování styčníků. V numerických modelech byly zohledněny skutečné laboratorní podmínky zahrnutím tuhosti zkušebního lisu v prokluzu.

Klíčová slova

ANSYS, montážní spoj, numerické modelování, páčení šroubů.

Abstract

Subject of this work was to create numerical models of assembling bolt connections of CHS (circular hollow sections) or L-profiles respectively and their subsequent comparison with performed laboratory experiments. Comparison of results showed that numerical models describe the basic behavior of those joints. The actual conditions in the laboratory were taken into account in the results of numerical models, in the form of the test press slip stiffness.

Keywords

ANSYS, assembling connection, numerical modeling, prying of bolts.

1 ÚVOD

Hlavními výhodami ocelových příhradových vazníků, či příhradových rámových konstrukcí z dutých i otevřených průřezů jsou především jejich příznivé statické působení, dostatečná tuhost při zachování subtilnosti konstrukce, ale také jejich estetický vzhled. Proto jsou tyto konstrukce stále často využívány v praxi pro výstavbu halových objektů a pro překlenutí velkých rozponů. U velkorozponových konstrukcí je však zapotřebí propojit jednotlivé dílce, k čemuž se často využívá montážních spojů s čelní deskou.

Takovéto spoje, v případě, že jsou namáhány tahem, je třeba posuzovat také s uvážením případného vlivu páčení. Postupy dle současné normy [1] jsou komplikované a u spojů některých typů průřezů nejsou ani přesně popsány. Problematika posuzování náhradního T-profilu v tahu a zkoumání vlivu páčení je i dnes aktuální a mnohá světová pracoviště se tímto zabývají [2, 3, 4].

¹ Ing. Anežka Jurčíková, Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 391, e-mail: anezka.jurcikova@vsb.cz

² Ing. Přemysl Pařenica, Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 391, e-mail: premysl.parenica@vsb.cz

³ Ing. Miroslav Rosmanit, Ph.D., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 398,e-mail: miroslav.rosmanit@vsb.cz

Tato práce je zaměřena na vytvoření numerických modelů šroubovaných montážních spojů CHS, resp. L profilů s čelní deskou, které mají vystihovat skutečné chování spoje, a následné porovnání výsledků těchto numerických modelů s výsledky provedených fyzikálních testů.

2 GEOMETRIE ŘEŠENÝCH SPOJŮ

Řešené montážní spoje spojují dva CHS profily TR 89x8 (obr. 1 a), resp. dva profily L 90x10 (obr. 1 b). Styčníky CHS profilů byly tvořeny dvěma kruhovými čelními deskami o průměru 230 mm, tloušťky 10 mm, resp. 15 mm. Styčníky L profilů tvořily obdélníkové čelní desky o rozměrech 185x130 mm, také tloušťky 10 mm, resp. 15 mm. Všechny styčníky byly navzájem spojeny šrouby M16, pevnostní třídy 8.8.



Obr. 1: Základní geometrie řešených styčníků – a) Spoj CHS profilů; b) Spoj L profilů

Schémata vyrobených zkušebních vzorků jsou znázorněny na obr. 2. Jako materiál pro výrobu čelních desek byla dodána ocel třídy S355 a pro CHS i L profily pak byla využita ocel S235. Šrouby M16 byly pevnostní třídy 8.8, tedy s uvažovanou mezí pevnosti $f_{ub} = 800$ MPa. Pro ověření materiálových charakteristik plechů čelních desek a L profilu byly v laboratoři FAST provedeny trhací zkoušky materiálových vzorků a výsledky byly zahrnuty do numerické analýzy styčníků.



Obr. 2: Schémata zkušebních vzorků – a) Spoj CHS profilů; b) Spoj L profilů

3 NUMERICKÉ MODELY

Všechny numerické modely styčníků (obr. 3) byly vytvořeny v MKP programu ANSYS 12.0 s využitím konečných prvků umožňující nelineární výpočty (plastické chování materiálu i vliv velkých deformací – Large Displacement Static). Pro modelování CHS i L profilů byl použit 4-uzlový skořepinový konečný prvek SHELL 43. Pro modelování ostatních prvků spoje (čelní desky, šrouby, matice, resp. hlavy šroubů) byl pak použit 8-uzlový 3D konečný prvek SOLID 45. Dále byly použity kontaktní prvky TARGE 170 a CONTA 174 pro vytvoření tzv. kontaktních párů mezi povrchy čelních desek a mezi povrchy šroubů a vnitřní plochou děr v čelních deskách – obr. 4 a), b). Zatížení bylo do spoje vnášeno, podobně jako u reálných vzorků, přes prutový prvek, který simuloval přivařenou závitovou tyč. Tento prutový prvek byl modelován s využitím 3-uzlového prostorového liniového prvku BEAM 189 se zadaným kruhovým průřezem o průměru 33 mm. Prutový prvek byl

se skořepinovými prvky (reprezentující CHS, resp. L profil) propojen přes řídící uzel pomocí kontaktních prvků TARGE 170 (pro řídící uzel v prostoru) a CONTA 175 (uzly na skořepinách) s využitím tzv. MPC (Multi-Point Constraints) algoritmu (více viz [4]). Okrajové podmínky pak byly zadávány na koncové uzly prutů a zatížení bylo vnášeno v podobě zadané osové deformace u_z .



Obr. 3: Numerické modely styčníků – a) Spoj CHS profilů; b) Spoj L profilů



Obr. 4: Kontaktní plochy (u modelu s CHS profily) – a) mezi povrchy čelních desek; b) mezi povrchem šroubů a vnitřní plochou děr v čelních deskách

Konečným prvkům byly zadány následující materiálové vlastnosti (podobně jako [6], [7]): Youngův modul pružnosti E = 210 GPa a Poissonův součinitel v = 0,3. Při výpočtu byla uvažována fyzikální nelinearita (plastický výpočet) i teorie velkých deformací. Pružno-plastické chování materiálů bylo vyjádřeno multilineárními pracovními diagramy dle obr. 5, které vycházely z provedených materiálových zkoušek. Jelikož tahové zkoušky šroubů provedeny nebyly, vycházelo se pro tento pracovní diagram z dostupné literatury a byl použit materiálový model dle práce Swansona [8]. Numerické modely byly v mnoha ohledech zjednodušeny, například napojení matice na šroub a následné spojení mezi maticí, resp. hlavou šroubu a čelní deskou bylo namodelováno jako tuhé, což přesně neodpovídá skutečné situaci, ale pro vystižení chování spoje je toto zjednodušení dostačující.



Obr. 5: Použité pracovní diagramy materiálů – a) plech tloušťky 10 mm; b) plech tloušťky 15 mm



4 VÝSLEDKY LABORATORNÍCH ZKOUŠEK STYČNÍKŮ A NUMERICKÉHO MODELOVÁNÍ A JEJICH VZÁJEMNÉ POROVNÁNÍ

Při laboratorních zkouškách byly z lisu zaznamenávány údaje o vnášené osové síle a o celkovém posunu ve svislém směru. Grafy se silově-deformačními křivkami jednotlivých styčníků získaných při fyzikálních testech jsou zobrazeny na obr. 6 až 9. Nejprve byly provedeny testy spojů s čelními deskami tloušťky 15 mm, kde nebyla předpokládána významná plastizace desek a o únosnosti spojů mělo rozhodovat porušení šroubů. U těchto vzorků bylo prováděno postupné zatěžování, díky čemuž je ze silově-deformačních křivek (obr. 6 a 7) patrná tuhost samotných styčníků. U spoje CHS profilů došlo neočekávaně k porušení závitové tyče vlivem excentricity, která byla zapříčiněna způsobem uchycení závitové tyče v čelistech lisu. Zavedení excentricity na daném testovacím zařízení nelze ovlivnit a bohužel už malá excentricita způsobila výraznou změnu namáhání v závitové tyči. Velikost této imperfekce je obtížně kvantifikovatelná, avšak na chování zkoumaných styčníků vliv nemá. Výsledky ze zkoušky styčníku CHS profilů tedy neprokazují skutečnou únosnost vzorku. U spoje L profilů pak došlo dle předpokladů k porušení prostředního šroubu, a to stržením závitu.

U spojů s čelními deskami tloušťky 10 mm byla očekávána výrazná deformace čelních desek vlivem plastizace. Při těchto testech již vzorky nebyly zatěžovány postupným přitěžováním, ani nebylo dosaženo plné únosnosti spojů (z důvodu bezpečnosti práce v laboratoři). Cílem zde bylo dosažení trvalých plastických deformací v čelních deskách, kterých bylo dosaženo, což mimo jiné potvrdilo např. překročení měřící kapacity tenzometrů.



Obr. 6: Silově-deformační křivka ze zkušebního lisu – Spoj CHS profilů s 15 mm čelní deskou



Obr. 7: Silově-deformační křivka ze zkušebního lisu – Spoj L profilů s 15 mm čelní deskou



Obr. 8: Silově-deformační křivka ze zkušebního lisu – Spoj CHS profilů s 10 mm čelní deskou



Obr. 9: Silově-deformační křivka ze zkušebního lisu - Spoj L profilů s 10 mm čelní deskou

Stejně jako při fyzikálních testech, také u numerických modelů byla sledována závislost výsledné osové síly (F_z) na celkové osové deformaci spoje (u_z). Výsledné silově-deformační křivky byly následně porovnávány s výsledky provedených experimentů (obr. 10 – 13). Jelikož však numerické modely vyjadřovaly čistě vlastnosti samotného styčníku, zatímco při testech byly výsledky ovlivněny také vlastnostmi zkušebního lisu, bylo třeba tyto reálné podmínky zohlednit ve výsledcích numerického modelování. Laboratorní podmínky byly zohledněny zavedením tuhosti čelistí lisu v prokluzu a počátečním prokluzem (podobně jako [9]), což mělo vliv na hodnoty celkové osové deformace styčníku, při zachování hodnoty výsledné osové síly.

Hodnoty tuhosti lisu v prokluzu byly určeny na základě výsledků experimentů (dle sklonu experimentální silově-deformační křivky) a závisí mimo jiné na materiálových vlastnostech uchyceného prvku, na jeho rozměrech, či povrchu. Vzhledem ke stejnému způsobu uchycení vzorků ve zkušebním lisu, byla stanovená tuhost v prokluzu pro všechny experimenty stejná a její velikost byla 27 MN/m. Zavedení této tuhosti do výsledků numerického modelování ovlivnilo sklon získaných silově-deformačních křivek. Velikost počátečního prokluzu pak byla pro každý experiment určena individuálně. Výše popsaná změna sklonu je patrná z křivek na obr. 10 a 11 (křivky "ANSYS bez zohlednění tuhosti lisu" a "ANSYS se zohledněním tuhosti lisu").



Obr. 10: Porovnání silově-deformačních křivek - Spoj CHS profilů s 15 mm čelní deskou



Obr. 11: Porovnání silově-deformačních křivek – Spoj L profilů s 15 mm čelní deskou


Obr. 12: Porovnání silově-deformačních křivek – Spoj CHS profilů s 10 mm čelní deskou



Obr. 13: Porovnání silově-deformačních křivek – Spoj L profilů s 10 mm čelní deskou

5 ZÁVĚR

V MKP programu ANSYS 12.0 byly vytvořeny numerické modely šroubovaných montážních spojů CHS a L profilů s čelní deskou, které byly testovány v laboratořích FAST. Porovnání experimentálních a numerických silově-deformačních křivek ukázalo, že numerické modely vystihují základní chování styčníků. V grafech na obr. 10 a 11 byly s experimentální křivkou porovnány jak výsledky numerických modelů se zohledněnou tuhostí čelistí lisu v prokluzu, tak i výsledky neupravené, které vyjadřují tuhost samotných styčníků. Tyto původní hodnoty byly porovnávány s částí experimentální křivky při odlehčení a opětovném zatížení, která ukazuje skutečnou tuhost samotného vzorku, bez vlivu tuhosti zkušebního lisu. Z porovnání je zřejmé, že tuhosti numerického modelu i reálného vzorku se shodují. U všech grafů jsou pak naznačeny úrovně zatížení, při kterých v numerických modelech nastává první plastizace (dojde k překročení meze kluzu materiálu) a úroveň zatížení, kdy je dosaženo 5% plastického přetvoření. Toto přetvoření určuje mezní stav numerického modelu, dle [10], Příloha C.

Numerické modely styčníků, u kterých bylo rozhodující porušení šroubů bez páčení, vystihují dobře chování styčníku. Modely styčníků, u kterých docházelo k výraznému páčení šroubů, vykazují drobný nesoulad – reálný vzorek vykazuje vyšší tuhost po zplastizování čelní desky, než numerický

model spoje. Pro tyto typy spojů by bylo vhodné provést další experimenty s podrobnější studií vlivu páčení na celkovou tuhost styčníku.

Pro další výzkum se předpokládá provedení dalších experimentů s větším počtem zkušebních vzorků. Cílem celého výzkumu je pak návrh případných úprav stávajících analytických vztahů, které jsou uvedeny v normě a nejsou dostatečně obecné.

PODĚKOVÁNÍ

Příspěvek byl realizován za finanční podpory projektu číslo SK-CZ-2013-0171.

LITERATURA

- [1] ČSN EN 1993-1-8, Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí Část 1-8: Navrhování styčníků. Český normalizační institut, 2006. 126s.
- [2] Katula, L., Márai, P.: Study the prying effect on bolted base-plate connections. In *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, Volume 57(2), 2013, p. 157-172. ISSN 1587-3773.
- [3] Hantouche, E.G., Rassati, G.A., Kukreti, A.R., Swanson, J.A.: Built-up T-stub connections for moment resisting frames: Experimental and finite element investigation for prequalification. In *Engineering Structures*, Volume 43, 2012, p. 139-148. ISSN 0141-0296.
- [4] Šabatka, L., Wald F., Kabeláč J., Gödrich L., Navrátil J.: Component based finite element model of structural connections. In *Proceedings of the 12th International Conference on Steel, Space & Composite Structures.* 28 – 30 May 2014, Prague, Czech Republic. p. 337-344, ISBN 978-981-09-0077-9
- [5] Jurčíková, A., Rosmanit, M.: Propojení 3D detailu styčníku s prutovým modelem konstrukce s využitím MPC algoritmu. *Modelování v mechanice 2013: [mezinárodní konference]*, Ostrava, květen 2013. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2013. ISBN 978-80-248-2694-3.
- [6] Hantouche, E.G., Kukreti, A.R., Rassati, G.A.: Investigation of secondary prying in thick built-up T-stub connections using nonlinear finite element modeling. In *Engineering Structures*, Volume 36, 2012, p. 113-122. ISSN 0141-0296.
- [7] Jurčíková, A., Rosmanit, M.: FEM Model of Joint Consisting RHS and HEA Profiles. In: STEEL STRUCTURES AND BRIDGES 2012: 23rd Czech and Slovak International Conference. Podbanské, September 2012. Procedia Engineering, Volume 40, 2012, p. 6. ISSN 1877-7058.
- [8] Swanson, J. A., Kokan D. S., Leon R. T.: Advanced finite element modeling of bolted T-stub connection components. In *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 58, 2002, p. 1015–1031. ISSN 0143-974X
- [9] Flodr, J., Krejsa, M., Mikolášek, D., Brožovský, J., Pařenica, P.: Numerické modelování tenkostěnného profilu s vlivem redistribuce ohybových moment. *Modelování v mechanice* 2015: [mezinárodní konference], Ostrava, květen 2015. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2015. ISBN 978-80-248-3756-7.
- [10] ČSN EN 1993-1-5, Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí Část 1-5: Boulení stěn. Český normalizační institut, 2008.

Oponentní posudek vypracoval:

Prof. Ing. Ivan Baláž, PhD., Katedra kovových a drevených konštrukcií, Stavebná fakulta, STU v Bratislave.

Prof. Ing. Stanislav Kmeť, PhD., Katedra kovových a drevených konštrukcií, Stavebná fakulta, TU v Košiciach.

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 9

Zdeněk KALA¹

RELIABILITY ANALYSIS OF THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELLS

Abstract

The subject of the article is the verification of the reliability of thin-walled rotationally symmetric cylindrical shells, using probabilistic approaches. Internal forces and stress of the shell are analysed assuming a membrane action. Material and geometric characteristics of the steel shell are considered as random variables. The reliability index is evaluated using the Latin Hypercube Sampling method. The results of the reliability analysis are derived in a general form, so that they may be useful for assessing the reliability of tanks and pipes.

Keywords

Reliability, safety, probability, steel, tank, course, shell, thickness.

1 INTRODUCTION

Apparently, rotationally symmetric shells represent the most frequently encountered type in engineering practice. If internal moments are absent and only inner forces are present in the shell, then the shell is said to be in the so-called membrane state. This state is advantageous and desirable in terms of material strain, and it is thus important in design to ensure that this state is compromised minimally by unsuitable design [2]. Vertical cylindrical steel storage tanks represent a typical example of rotationally symmetric shells. A rotationally symmetric tank is loaded by hydrostatic pressure constantly along parallel circles. The solution of this type of shell is relatively simple, and in many cases, it may be applied for the reliability analysis of pressure pipes of power plants.

2 ROTATIONALLY SYMMETRIC SHELLS IN THE MEMBRANE STATE

The evaluation of internal forces and stresses in rotationally symmetric tank shapes can be simplified and calculated as rotationally symmetric thin shells, see Fig. 1. The derivation of the computational formulas for determining the internal forces of the shell proceeded particularly from [4].

The rotationally symmetric thin shell depicted in Fig. 1. is characterized by the prescription of its middle surface and thickness t. If we project a perpendicular (normal) n to the mid-surface from point M, we can use this normal to define two mutually perpendicular planes which intersect the mid-surface at the points of maximum and minimum curvatures. These planes are called the principal normal planes.

The first principal plane is determined by the normal *n* and axis of rotation *o*. The normal *n* is at an angle α with the axis of rotation. The intersection of the first principal plane with the shell mid-surface forms curve C_{α} which represents the meridian. Curve C_{α} has, in point *M*, the centre of curvature O_{α} , where the distance between the centre of curvature O_{α} and point M is the principal curvature radius r_{α} .

¹ Prof. Ing. Zdeněk Kala, Ph.D., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 541 147 382, e-mail: kala.z@fce.vutbr.cz.

The second principal plane is perpendicular to the first principal plane, and the second principal curvature radius r_{φ} , which is determined by the distance between point M and the centre of curvature O_{φ} located on the axis of rotation lies here. The task is rotationally symmetric for all points lying on circle C_{φ} on the shell mid-surface. The distance of each point of the circle C_{φ} from the centre of curvature O_{φ} is r_{φ} . The principal curvature radius r_{φ} is a cone the base of which is the circle C_{φ} . The position of points on the circle C_{φ} is determined by the angle φ . For radius r of the circle C_{φ} , it holds that $r=r_{\varphi}\sin \alpha$.



Fig. 1: Rotationally symmetric shell

The principal sections form a network of meridians and parallels on the mid-surface, the intersections of which are determined by angles α and φ . If we consider hydrostatic pressure as our only load, the internal forces may then be analysed using the equilibrium equations of the membrane state of an axially symmetric shell, see Fig. 2.



Fig. 2: Internal forces of the shell in membrane state

Hydrostatic pressure from the liquid is represented by the surface load p_r [Nm⁻²]. Loading p_r evokes internal forces, which can be analysed using the conditions of equilibrium. The arrows in Fig. 2. represent internal forces N, V. By multiplying the membrane size $(N_{\alpha}, N_{\varphi}, V_{\alpha}, V_{\varphi})$ by the length of the segment on which it acts, we obtain the respective internal force. For example, the normal component N_{α} , acts on segment 12, and it corresponds to the force $N_{\alpha} \cdot r \cdot d\varphi$. Movement by $r_{\alpha} \cdot d\alpha$ in the direction of the meridian leads to change of N_{α} to the value $\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial \alpha} d\alpha$, whereas by multiplying by the length of element 34, we obtain the relation for the normal force in the form

$$\left(N_{\alpha} + \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial \alpha} d\alpha\right) \left(r \cdot d\varphi + \frac{\partial (r \cdot d\varphi)}{\partial \alpha} d\alpha\right).$$
(1)

Modifying (1) and neglecting small quantities of higher orders, we obtain

$$N_{\alpha} \cdot r \cdot d\varphi + \frac{\partial (N_{\alpha} \cdot r \cdot d\varphi)}{\partial \alpha} d\alpha .$$
 (2)

From the moment equilibrium condition with regard to the centre of the element, and neglecting the members of the higher orders, we obtain

$$V_{\alpha} \cdot r \cdot d\varphi \cdot r_{\alpha} \cdot d\alpha - V_{\varphi} \cdot r_{\alpha} \cdot d\varphi \cdot r \cdot d\alpha = 0, \qquad (3)$$

from which it follows that $V_{\alpha} = V_{\varphi} = V$. Furthermore, let us express the force equilibrium condition in the direction of the normal. The resultant loading caused by the hydrostatic pressure of oil acting on the thin wall in the direction of its normal is

$$p_r \cdot dA = p_r \cdot r \cdot d\varphi \cdot r_\alpha \cdot d\alpha \,. \tag{4}$$

The resultant of membrane forces N_{α} in the direction of the normal upon neglecting the small quantities of higher orders is

which is shown in Fig. 3, representing the vertical section passing through the axis of the shell.

(5)



Fig. 3: Force equilibrium condition in the direction of the normal in the vertical section



Fig. 4: Force equilibrium condition in the direction of the normal in the horizontal section

The projection of membrane forces N_{φ} in the direction of the normal is displayed using sections perpendicular to the axis of rotation, see Fig. 4. By adding the two normal forces $N_{\varphi} \cdot r_{\alpha'} d\alpha \cdot \sin(d\varphi/2)$ and substituting $\sin(d\varphi/2) \approx d\varphi/2$, we can express the force in the horizontal plane as $N_{\varphi} \cdot r_{\alpha'} d\alpha \cdot d\varphi$, see Fig. 4. and Fig. 3. Upon projecting this force in the direction of the normal, see Fig. 3, we obtain

$$N_{\varphi} \cdot r_{\alpha} \cdot d\alpha \cdot d\varphi \cdot \sin(\alpha). \tag{6}$$

Adding (5), (6) and (4), we obtain the force equilibrium condition (7) in the direction of the normal.

$$N_{\alpha} \cdot r \cdot d\varphi \cdot d\alpha + N_{\varphi} \cdot r_{\alpha} \cdot d\alpha \cdot d\varphi \cdot \sin(\alpha) - p_{r} \cdot r \cdot d\varphi \cdot r_{\alpha} \cdot d\alpha = 0.$$
(7)

Substituting $r=r_{\varphi}\sin(\alpha)$ into equation (7), we obtain (8).

$$N_{\alpha} \cdot \mathbf{r}_{\varphi} + N_{\varphi} \cdot \mathbf{r}_{\alpha} = p_{r} \cdot \mathbf{r}_{\varphi} \cdot \mathbf{r}_{\alpha} \,. \tag{8}$$

Modifying equation (8), we obtain the final form (9) of the equation.

$$\frac{N_{\alpha}}{r_{\alpha}} + \frac{N_{\varphi}}{r_{\varphi}} = p_r.$$
⁽⁹⁾

3 THE RELIABILITY CONDITION OF THIN-WALLED CIRCULAR SHELLS

A typical example of vertical cylindrical steel storage shells are tanks for the storage of crude oil, which are made of thin plates. The dominant load case of the cylindrical tank is the load on the inner surface of the shell due to hydrostatic pressure of oil which loads the shell constantly in parallel circles. For thin-walled circular cylindrical tanks, it holds that $\alpha=90^\circ$, $r=r_{\varphi}\sin 90^\circ=r_{\varphi}$, $r_{\alpha}=\infty$, $\varphi \in \langle 0; 180^\circ \rangle$, $0 < r_{\varphi} = r < \infty$, see Fig. 5.



Fig. 5: Thin-walled cylindrical shell

Substituting $r_{\alpha} = \infty$ and $r = r_{\varphi}$ into (9), we obtain the equation for a rotationally symmetric circular cylindrical tank as

$$N_{\varphi} = p_r \cdot r \,, \tag{10}$$

 N_{φ} is the internal force evoked by the hydrostatic pressure caused by the oil which acts on dC_{α} , the other internal forces N_{α} , V_{α} , V_{φ} are equal to zero; it results from the equilibrium conditions. Surface loading p_r [Nm⁻²] at the depth h is due to hydrostatic pressure of oil and is of magnitude:

$$p_r = \rho \cdot g \cdot h \,, \tag{11}$$

where ρ is the density of oil at temperature 20°, which can be considered as 880 kgm⁻³ (globally listed values are in the interval 730 - 1000 kgm⁻³), g is acceleration due to gravity, which, in our latitude (49°), is approximately g=9.81m·s⁻².

Substituting (11) into (10), we obtain

$$N_{\varphi} = \rho \cdot g \cdot h \cdot r . \tag{12}$$

The resultant force acting perpendicularly to the surface $t \cdot dC_{\alpha}$ (in the centre of segment 14 or 23) is

$$F = N_{\varphi} \cdot dC_{\alpha} \,. \tag{13}$$

For reliable design and operation of the tank, the reserve resistance G must be greater than zero, i.e., the loading force F (action) is less than or equal to the plate resistance R:

$$G = R - F > 0, \tag{14}$$

where R is the resistance which can be calculated as

$$R = f_v \cdot t \cdot dC_a, \tag{15}$$

where f_y is the yield strength. The condition of reliability (14) can then be written with regard to (13) and (15) as

$$G = f_{v} \cdot t - \rho \cdot g \cdot h \cdot r \ge 0.$$
⁽¹⁶⁾

Equation (16) represents the equation for assessing the design reliability or service reliability of circular cylindrical tanks according to a number of standards, e.g., EEMUA 159 [5] or API653 [6]. Reliability according to standards is provided mainly by low (safe) values of the permissible stress, however, a non-zero probability that failure will occur always exists, see, e.g., [1, 3].

4 RELIABILITY ANALYSIS

Variables in equation (16) are considered as random in probabilistic assessments of reliability. Failure occurs when inequality (16) is not fulfilled. Reliability of all courses can be evaluated using the reliability index β acc. to Cornell [7], which is defined as the reciprocal of the variation coefficient of the reserve reliability, and is determined assuming normality of distribution of G acc. to the relation:

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G},\tag{17}$$

where μ_G is the mean value and σ_G is the standard deviation of random variable *G*. Reliability index β is related to the failure probability P_f acc. to the relation $P_f = \Phi(-\beta)$, where Φ is the cumulative distribution function of the standardized Gaussian probability density function. Due to degradation phenomena, decrease in the thickness of the tank shell takes place during operation. This is frequently caused by corrosion. The effect of changes in plate thicknesses can be studied using (17) provided that random variables *G*, *F*, *R* have Gaussian probability density functions. Let us study the relationship between the nominal plate thickness *t* and value β (17). In (16) h = 22.3 - 0.3 = 22 m (depth of 0.3 m from the bottom). The distance 0.3 m from the bottom in the reliability condition (16) is taken into account because the calculation of internal forces (9) is inaccurate near the bottom or change in thicknesses in the connection of courses. The value of 0.3 m is listed in standards EEMUA 159 and API 653. Input random values f_y and *t* were considered with Gaussian probability density functions. Yield strength f_y was considered with mean value $\mu_{fy} = 393.5$ MPa and standard deviation $\sigma_{fy} = 25.4$ MPa [8]. The thickness of the course *t* was introduced with mean value $\mu_t = t$, and standard deviation $\sigma_t = 0.04 \cdot t$ [8]. Random variables f_y and *t* are statistically independent.

The evaluation of β (17) was performed using 100 simulation runs of the Latin Hypercube Sampling method [7, 9]. As an illustrative example, let us consider the tank which is in operation near the village of Nelahozeves. The tank radius is 42.235 m, the fill height is 22.3 m, the tank height is H=24.0 m. The curves of β vs t for a selected set of values $\rho \cdot g \cdot h \cdot r$ are presented in Fig. 6. The solid line shows the curve for $\rho \cdot g \cdot h \cdot r=9115$ kNm⁻¹; corresponding to parameters $\rho=1000$ kgm⁻³, g=9.81ms⁻², h=22 m, r=42.235 m. It is obvious that the reliability is sufficient for values corresponding to an actual tank of thickness t=39 mm. The values β for other intermediate factors ρ , g, h, r, t are interpolated from Fig. 6 analogously.



5 CONCLUSIONS

The methodology for the evaluation of reliability of thin-walled rotational symmetric cylindrical shells was demonstrated in the paper. The reliability was analysed using reliability index β . Fig. 6 shows how the value of β decreases with decreasing *t*. Decrease in thickness *t* is usually due to corrosion. For safe operation $\beta > \beta_t$, where the target value β_t is the normative value ensuring reliable operation of thin-walled structures. The generalization of the analysis of reliability evaluated acc. to $\rho \cdot g \cdot h \cdot r$ makes it possible to assess the reliability of technologically important facilities of power plants which are modelled as thin-walled rotationally symmetric cylindrical shells loaded along their perimeters by constant pressure perpendicular to the surface of the shell.

ACKNOWLEDGMENT

The article was elaborated within the framework of the project VG20132015109.

REFERENCES

- KALA, Z. Reliability and sensitivity analysis of welded shell tanks for crude oil storage. In *Proceeding of International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics-*2014. Melville, NY, 2014. AIP Conference proceedings, American Institute of Physics, Volume 1648, ISBN 978-0-7354-1287-3.
- [2] KALA, Z., GOTTVALD, J., STONIŠ, J. VEJVODA, S., OMISHORE, A. Sensitivity analysis of stress state of welded tanks. In: International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings, Bratislava, Slovak Republic, 2014. ISBN 978-80-227-4259-7.
- [3] KALA, Z. The reliability analysis of welded tanks for oil storage. In *International Conference* on European Safety and Reliability Conference - Safety and Reliability: Methodology and Applications, ESREL 2014, Wroclaw, Poland, 2014, pp. 2249-2254, ISBN: 978-113802681-0.
- [4] KŘUPKA, V., SCHNEIDER, P. Construction of apparatus (Konstrukce aparátů). PC-DIR, Nakladatelství Brno, 1998, p. 290, ISBN 80-214-1124-4.

- [5] EEMUA 159. Users Guide to the Inspection, Maintenance and Repair of Aboveground Vertical Cylindrical Steel Storage Tanks. 2003.
- [6] API Std 653, Tank Inspection, Repair, Alteration, and Reconstruction, Fourth Edition, Includes Addendum 1. 2010.
- [7] McKEY, M., CONOVER, W. & BECKMAN, R. A comparison of the three methods of selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics.* 1979, Volume 21, Issue 2, pp.239-245.
- [8] MELCHER, J., KALA, Z., HOLICKÝ, M., FAJKUS, M. & ROZLÍVKA, L. Design characteristics of structural steels based on statistical analysis of metallurgical products. *Journal of Constructional Steel Research*. 2004, Volume 60, Issue 3-5, pp.795-808, ISSN 0141-0296.
- [9] IMAN, R. & CONOVER, W. Small sample sensitivity analysis techniques for computer models with an application to risk assessment. *Communications in Statistics Theory and Methods*. 1980, Volume 9, Issue 17, pp.1749-1842.

Reviewers:

Doc. Ing. Martin Psotný, PhD., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology in Bratislava, Slovak Republic.

Doc. Ing. Peter Koteš, PhD., Department of Structures and Bridges, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Slovak Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 10

Martin KALINA¹

NUMERICAL ANALYSIS OF BUCKLING OF VON MISES PLANAR TRUSS

Abstract

A computational algorithm of a discrete model of von Mises planar steel truss is presented. The structure deformation is evaluated by seeking the minimal potential energy. The critical force invented by mathematical solution was compared with solution by computer algorithm. Symmetric and asymmetric effects of initial shape of geometric imperfection of axis of struts are used in model. The shapes of buckling of von Mises planar truss of selected vertical displacement of top joint are shown.

Keywords

Potential energy, von Mises planar truss, computer algorithm, discrete model, normal solution, bending solution, initial geometric imperfection.

1 INTRODUCTION

The von Mises truss is a static specific planar problem. This is a classic elastic system having numerous references in literature [1-4]. The truss is created by these points, of one top joint, and two simple supports (with free rotation and fixed translation boundary conditions). The top joint is connected with the supports by means of straight bars. These bars were divided on forty-nine segments and fifty nodes. The discrete model is obtained in such a way. If the structure of this planar truss is loaded so that the vertical deflection will be imposed to top joint, our output will be individual shapes of buckling of the von Mises truss [5]. For a real structure, only one correct way of deformation will occur, but computation programmes need not be able to differentiate these shapes.

The present paper describes an algorithm which simulates the loading of top joint of the von Mises truss by deformation – deflection, calculates the force acting at the place of top joint and illustrates the shapes of buckling of the von Mises truss at individual deformation steps. The computation programme was applied to the model of von Mises truss consisting of bars formed by real profiles IPE 200. The values resulting from the programme were compared with mathematical solution.

The programme also takes into consideration the influence of geometrical imperfections which can occur in building practice.

¹ Ing. Martin Kalina, Department of structural mechanics, Faculty of civil engineering, Brno University of Technology, Veveri 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 541 147 131, e-mail: kalina.m1@fce.vutbr.cz.



Fig. 1: Calculation model of von Mises truss

2 INPUT PARAMETERS OF CALCULATION MODEL

The scheme of calculation model of the von Mises truss is illustrated in Fig. 1. The loading is defined as a vertical deflection at top joint. The known parameters are the span L and the angle formed by the non-deformed von Mises truss with horizontal plane α . If the span L and angle α are known we can evaluate the height of von Mises Truss h, see (1).

$$h = \frac{L}{2} \cdot tg\alpha \tag{1}$$

Subsequently, the bar length (2) can be calculated applying the Pythagorean theorem and initial coordinates of individual mass points of the model are evaluated, see (3), (4).

$$L' = \sqrt{h^2 + (\frac{L}{2})^2}$$
(2)

$$x_i = i \cdot \frac{L}{n} \tag{3}$$

$$y_i = \frac{2h}{n} \cdot i \tag{4}$$

where:

i – represents the index of calculated node.

If coordinate y_i is evaluated for the top joint, then (4) is adjusted to the following equation stemming from (1) and (3):

$$y_i = h - \left(\frac{2h}{n} \cdot i - h\right) \tag{5}$$

3 DESCRIPTION AND MATHEMATICAL TESTING OF CALCULATION ALGORITHM

The model formed will be loaded, at top joint, by vertical deflection w. This deflection will be increasing by each iteration step k. In the initial step, the value w = 0 m. The size of initial deflection is w = 0.01 m for each iteration step. Small deformation d ($d = 1 \times 10^{-6}$ m) according to the equation (6) will be imposed to the first (not the zero) node, the other nodes are included into the calculation

without deformation (7). According to Fig. 1, at the beginning and at the end of the bar, it can be seen the form of simple supports, therefore, the deformation d will not be inserted in these nodes. Their coordinates will be then constant on the value $x_0 = y_0 = y_n = 0$ and $x_n = L$ during the whole loading time. The small deformation d is added (upper index U) and subtracted (upper index L) from the coordinate of counted node. In this way, four quadrate matrices are obtained:

$$x_i^U = x_i + d, y_i^U = y_i + d, x_i^L = x_i - d, y_i^L = y_i - d$$
(6)

$$x_{i}^{U} = x_{i}^{L} = x_{i}, y_{i}^{U} = y_{i}^{L} = y_{i}$$
(7)

3.1 Calculation of potential energy and solution of the problem of position by the Newton iteration method

For the so modified models, their potential energy can be calculated for corresponding coordinates modified by the small deformation d:

$$Ep_x^U = \frac{1}{2} \cdot \left(K_u \cdot \sum \left(u_x^U \right)^2 + K_\varphi \cdot \sum \left(\varphi_x^U \right)^2 \right), Ep_y^U = \frac{1}{2} \cdot \left(K_u \cdot \sum \left(u_y^U \right)^2 + K_\varphi \cdot \sum \left(\varphi_y^U \right)^2 \right)$$

$$Ep_x^L = \frac{1}{2} \cdot \left(K_u \cdot \sum \left(u_x^L \right)^2 + K_\varphi \cdot \sum \left(\varphi_x^L \right)^2 \right), Ep_y^L = \frac{1}{2} \cdot \left(K_u \cdot \sum \left(u_y^L \right)^2 + K_\varphi \cdot \sum \left(\varphi_y^L \right)^2 \right)$$
(8)

where:

 K_u – is axial toughness of segments connecting individual nodes [Nm⁻¹]

$$K_u = \frac{EA}{L'} \tag{9}$$

 K_{φ} – is bending toughness of a unit formed by a node connecting two neighbouring segments [Nm]

$$K_{\varphi} = \frac{EI}{L'} \tag{10}$$

- E Young's modulus of material elasticity [Pa],
- $A \text{size of cross section area } [m^2],$
- $I \text{second moment of area } [m^4],$
- u size of distance between node *i* and (*i*+1) [m],

$$u_x^U = \sqrt{\left(x_{i+1}^U - x_i^U\right)^2 + \left(y_{i+1} - y_i\right)^2} - \sqrt{\left(x_{i+1} - x_i\right)^2 + \left(y_{i+1} - y_i\right)^2} u_y^U = \sqrt{\left(x_{i+1} - x_i\right)^2 + \left(y_{i+1}^U - y_i^U\right)^2} - \sqrt{\left(x_{i+1} - x_i\right)^2 + \left(y_{i+1} - y_i\right)^2}$$
(11)

 φ – size of rotation between node *i* and (*i*+1) [rad]

$$\varphi_{x}^{U} = \varphi_{i+1}^{U} - \varphi_{i}^{U} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{x_{i+2}^{U} - x_{i+1}^{U}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{i+1} - y_{i}}{x_{i+1}^{U} - x_{i}^{U}}\right) \\
\varphi_{y}^{U} = \varphi_{i+1}^{U} - \varphi_{i}^{U} = \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{i+2}^{U} - y_{i+1}^{U}}{x_{i+2} - x_{i+1}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{i+1}^{U} - y_{i}^{U}}{x_{i+1} - x_{i}}\right).$$
(12)

Analogously, $u_x^L, u_y^L, \varphi_x^L, \varphi_y^L$ will be obtained. The small deformation d will be inserted in the following node and the calculation will be repeated. The Newton iteration method was applied to find extremes of these potential energies:

$$J(x_i^k) \cdot v(x_i^k) = -f(x_i^k), J(y_i^k) \cdot v(y_i^k) = -f(y_i^k)$$
(13)

where:

 $J(x_i^k)J(y_i^k) -$ is the Jacobi's matrix of partial derivations of the vector of function given iteration step k for node i with coordinate x, or, as the case may be, y, $v(x_i^k)v(y_i^k) -$ vector of unknown deflections of coordinate x, or, as the case m and $f(x_i^k), f(y_i^k) -$ numerical central derivations for vectors of potential energies, as is the Jacobi's matrix of partial derivations of the vector of function f in the

vector of unknown deflections of coordinate x, or, as the case may be, y

numerical central derivations for vectors of potential energies, as given in relation (14)

$$f(x_{i}^{k}) = \frac{Ep_{x}^{U} - Ep_{x}^{L}}{2d}, f(y_{i}^{k}) = \frac{Ep_{y}^{U} - Ep_{y}^{L}}{2d}.$$
(14)

Assuming the matrix $J(x_i^k)J(y_i^k)$ to be regular, the vector of unknown deflections $v(x_i^k)v(y_i^k)$ gets just only one solution. The resulting values can be obtained, e.g. by applying the Gaussian elimination method, and so, new positions of individual nodes of the model can be determined:

$$x_i^{k+1} = v(x_i^k) + x_i^k, y_i^{k+1} = v(y_i^k) + y_i^k$$
(15)

In such a way, new coordinates for displacement of nodes are calculated. In next step of calculation, the model is loaded by increasing size of initial deflection w = 0.01 m for each iteration step k and calculation is continued from equations (6 and 7).

$$y_{(midpoint\,index)} = h - k \cdot w \tag{16}$$

The outputs are the diagram of dependence of the force on vertical deflection of top joint and buckling shapes of the von Mises truss at individual iteration steps. This method was published in [6].

3.2 Comparison of computer algorithm with mathematical solution

The model of von Mises truss of span L = 10 m and angle $a = 45^{\circ}$ was chosen for the present study. The model was divided into 50 nodes, 49 segments with axial tension stiffness and 48 bending units with bending stiffness. The cross section for straight trusses was the profile IPE 200 loaded by bending about the minor principal axis. The objective was to find the critical force F_{cr} at changing vertical deflection w and to compare this value of critical force with mathematical solution. The mathematical solution [7] is based on the pair of cases in Fig. 2.



Fig. 2: Cases: a) Longitudinal solution b) Bending solution

One of these cases is the assumption of bar with bending stiffness equal to infinity. Such truss cannot buckle when loaded by vertical deflection of top joint, it remains straight after deformation and thus $I \rightarrow \infty$. Its elongation or shortening will be obtained from the relation (17)

$$\Delta = L' - l' = \frac{NL'}{EA}.$$
(17)

According to the equilibrium condition in the middle joint, it holds:

$$F = 2N \cdot \sin \alpha' = 2N \cdot \frac{h - w}{l'}.$$
(18)

The equation (19) was derived with used (17) and (18):

$$F_1 = 2\frac{L'-l'}{L'} \cdot EA \cdot \frac{h-w}{l'}.$$
(19)

where:

ľ

- is the length obtained from the Pythagorean theorem [m].

The equation (17) will be then modified. This solution was derived in [8]:

$$F_1 = 2\frac{EA}{L'} \cdot (h - w) \cdot \frac{L' - \sqrt{L'^2 + w^2 - 2hw}}{\sqrt{L'^2 + w^2 - 2hw}}$$
(20)

For the second case, a straight bar with high axial stiffness $A \rightarrow \infty$ and real bending stiffness EI/L' is considered. Due to this fact, only buckling of the bar can occur, elongation or compression does not take place. The problem of plane buckling is concerned, where the value of the Euler critical force can be written as $N = N_{cr} = \pi^2 EI/L'^2$. The situation is presented in Fig. 2b. By substituting $N = N_{cr}$ into the relation (18), it will be obtained:

$$F_2 = 2\frac{\pi^2}{L'} \cdot EI \cdot \frac{h - w}{l'} \tag{21}$$

Dependence of the force F_2 on vertical deflection was expressed. To find the critical vertical deflection w_{cr} , it will suffice to compare the two cases, $F_1 = F_2$:

$$w_{cr} = h - \sqrt{h^2 - \pi^2 \cdot \frac{I}{A} \left(2 - \frac{\pi^2 I}{{L'}^2 A}\right)}$$
(22)

By substitution into the equation for the problem examinated, $w_{cr} = 9.84 \times 10^{-4}$ m will be obtained, and subsequently, the studied critical force $F_{cr} = F_1 = F_2 = 83.236$ kN will be calculated. Maximum force reached according to the computation programme was $F_{max} = 83.126$ kN. The calculation deviation differs by 0.13%. It can be concluded from this fact that the calculation carried out on behalf of a computer algorithm is relatively accurate. This method was published in [9].

4 NUMERICAL NONLINEAR ANALYSIS OF IMPERFECT TRUSSES

As real building structures are influenced by geometrical imperfections, the chosen problem will be enlarged by their introduction into a computer programme. In Fig. 3, there can be observed some shapes of buckling of trusses when changing the vertical deflection w, as it was described in [10]. The studied von Mises planar truss has an angle $\alpha = 15^{\circ}$. Both models are loaded by geometrical imperfections.

The model on the left is loaded by symmetrical imperfection, which having shape of one halfwave sine function with amplitude L'/1000. The deformation of the form of model is the same, contrary to the model on the right. There, the imperfection with amplitude L'/1000 is introduced with amplitude only into the left bar, the right bar remains straight without influence of imperfection. The very small bow imperfection L'/1000 of left bar has made significant asymmetry deformation of von Mises planar truss during loading step, see Fig. 3. It can be seen that the models with symmetrical imperfection. To make the difference in curvature of axes evident, an enlarged scale had to be used.



Fig. 3: Deformation of the von Mises truss with initial imperfection: a) Symmetrical b) Asymmetrical

5 CONCLUSION

In the present paper, the algorithm was described which simulates the loading of top joint of the von Mises truss by deformation – by deflection, the value of force loading on the top joint is calculated, and the shapes of buckling of the von Mises truss are illustrated at individual deformation steps. The programme output was compared on behalf of mathematical solution. Some shapes of buckling of the won Mises truss with the influence of the symmetrical and asymmetrical

initial imperfections were presented. According to the study, it can be assumed that the models with asymmetrical imperfection deform more than the models with symmetrical imperfection. For the future, it is planned to find how these model behave when introducing other initial geometrical imperfections. Results have shown that the computer programme can be also useful for studying load-deflection curves of asymmetrical trusses with random imperfection.

ACKNOWLEDGMENT

This paper was elaborated within the framework of project GAČR. Registration Number of the project is GAČR 14-17997S.

REFERENCES

- [1] VON MISES, R. Über die Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie, ZAMM 3, 1923, Pp. 406-422.
- [2] VON MISES, R. & RATZERSDORFER, J. *Die Knicksicherheit von Fachwerken*, ZAMM 5, 1925, Pp. 218-235.
- [3] KWASNIEWSKI, Z. International Journal of Non-Linear Mechanics 44, 2009, Pp. 19-26.
- [4] RAVINGER, J. *Stability and vibration*, Slovenská technická univerzita v Bratislave, Bratislava, 2012, p. 104.
- [5] FRANTÍK, P. Rozbor existence řešení dokonalého symetrického vzpěradla. 2004. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2004. Mezinárodní konference modelování v mechanice 2004. ISBN 80-248-0546-4.
- [6] KALINA, M. Static task of von Mises planar truss analyzed using potential energy. 11th International Conference of Analysis and Applied Mathematics 2013: ICNAAM 2013, Rhodes, Greece, 21-27 September 2013. li, 2604 pages. Pp. 2107-2110, ISBN 978-0-7354-1185-2.
- [7] FRANTÍK, P. *Řešení vzpěradla*. Uveřejněno na internetu na adrese http://www.kitnarf.cz/publications/2003/2003.01.www_vzperadlo/2003.01.www_vzperadlo.ht ml. Leden 2003.
- [8] GALAMBOS, T. V. *Stability Design Criteria for Metal Structures*, John Willey & Sons, New Jersey, 1998, p. 20.
- [9] KALA, Z., KALINA, M. & FRANTÍK, P. Buckling and post-buckling of von Mises planar truss. 12th International Conference of Analysis and Applied Mathematics 2014: ICNAAM 2014, Rhodes, Greece, 22-28 September 2014, ISBN 978-0-7354-1287-3.
- [10] KALINA, M. KALA, Z. & FRANTÍK, P. Elastic buckling and post-buckling of von Mises planar trusses, International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Building, Bratislava, Slovenská republika, 16-17 October 2014, ISBN 978-80-227-4259-7.

Reviewers:

Eng. Maciej Major, PhD., Katedra Mechaniki Technicznej, Wydział Budownictwa, Politechnika Częstochowska, Poland.

Doc. Ing. Vít Křivý, Ph.D., Department of Building Structures, Faculty of Civil Engineering, VŠB – Technical University of Ostrava, Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 11

Jiří KLON¹, Jakub SOBEK² a Václav VESELÝ³

NUMERICKÉ SIMULACE TESTU V BIAXIÁLNÍM OHYBU NA KŘÍŽOVÉM TĚLESE Z KVAZIKŘEHKÉHO MATERIÁLU

NUMERICAL SIMULATIONS OF TEST UNDER BIAXIAL BENDING ON CRUCIFORM SPECIMEN MADE OF QUASI-BRITTLE MATERIAL

Abstrakt

Příspěvek představuje numerickou studii vlivu vybraných vstupních parametrů materiálového modelu na průběh testu ve zkušební konfiguraci biaxiálního ohybu křížového tělesa s koncentrátorem napětí i bez něj, vyrobeného z kvazikřehkého materiálu. Jde konkrétně o tzv. Gilsocarbon grafit používaný jako moderátor jaderné reakce v reaktorech jaderných elektráren ve Velké Británii.

Klíčová slova

Biaxialní ohyb, křížové zkušební těleso, kvazikřehký lom, numerická simulace, model kohezivní trhliny.

Abstract

The paper is focused on a numerical study of the influence of selected input parameters of the used material model on the progress of a test in the configuration of biaxial bending of cruciform specimen with and without notch made of quasi-brittle material. In particular, the tested material is Gilsocarbon graphite that is used as a moderator of nuclear reaction in gas-cooled nuclear reactors in UK.

Keywords

Biaxial bending, cruciform test specimen, quasi-brittle fracture, numerical simulation, cohesive crack model.

1 ÚVOD

Široká použitelnost kvazikřehkých materiálů (např. cementových kompozitů, různých druhů keramiky, aj.) v různých prvcích stavebních konstrukcí z nich dělá kandidáty vhodné pro detailní analýzu jejich chování a optimalizaci různých stránek jejich návrhu a provedení (množství/cena/kvalita apod.). Jejich porušení souvisí s rozvojem trhlin. O vzniku a počátečních stádií rozvoje trhliny, tj. iniciaci porušení konstrukce, se nedá přesvědčit pouze vizuálně, a to díky existenci rozsáhlé zóny u čela makroskopické trhliny, kde probíhá vlastní porušování. Díky "difuzní" formě tohoto jevu lze na rozsah porušení z optického vjemu usuzovat až při dosti výrazném poškození materiálu. Mimo jiné proto se provádí testování těchto materiálů na zkušebních tělesech,

¹ Bc. Jiří Klon, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, e-mail: KlonJ@study.fce.vutbr.cz.

² Ing. Jakub Sobek, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 116, e-mail: sobek.j@fce.vutbr.cz.

³ Ing. Václav Veselý, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 362, e-mail: vesely.v1@fce.vutbr.cz.

kdy se zachycuje odezva tělesa na působící zatížení až do jeho celkového zničení magistrální trhlinou probíhající celým průřezem.

K nejčastějším konfiguracím lomových zkoušek kvazikřehkých materiálů patří tzv. tříbodový ohyb [1] a test štípání klínem [2]. Provádějí se na tělesech s iniciačními zářezy – koncentrátory napětí. Zatížení je v uvedených zkouškách aplikováno jako jednoosé, hovoří se v této souvislosti o uniaxilitě těchto zkušebních geometrií. Tyto testy jsou relativně snadné na provedení a vyhodnocení, jehož výstupem jsou tzv. lomové parametry, použitelné při různých analýzách či srovnáních.

Trendem posledních let světového výzkumu porušování kvazikřehkých materiálů je však respektování prostorového zatížení [3]. Umožňuje to existence vhodných zkušebních zařízení a výpočetních nástrojů [4]. Účelem je pak zlepšování úrovně pokročilých materiálů a analýza nových (či dosluhujících) technologií, v nichž je kvazikřehký prvek podstatnou (nebo právě řídící) částí. Pro aplikace sahající od procesorových a polovodičových součástek až např. po grafitové tyče v jaderných reaktorech je relevantní popis porušení kvazikřehkých materiálů klíčový.

Posouzení bezpečnosti a funkčnosti, potažmo odhad budoucího využití pokročilých jaderných elektráren (jaderná energie je neodmyslitelně součástí řešení dnešní energetické situace a jistě jí v blízké budoucnosti nadále zůstane) patří mezi výzkumné úkoly zásadní důležitosti. V souvislosti s pokročilými jadernými elektrárnami ve Velké Británii (VB), označovanými zkratkou AGRs (Advanced Gas-cooled nuclear Reactors, ve VB je jich čtrnáct), probíhá na univerzitách v Bristolu, Manchesteru, Sheffieldu a Oxfordu výzkum degradace a porušování tzv. Gilsocarbon grafitu [5,6], což je kvazikřehký materiál užívaný v reaktorech zmíněných jaderných elektráren jako moderátor jaderné reakce. Odlišnost oproti běžným jaderným reaktorům spočívá v chladícím médiu, které odvádí teplo vytvořené při jaderné reakci (Obr. 1). Voda byla nahrazena plynem – oxidem uhličitým (CO₂).

Gilsocarbon grafit (Obr. 2) ve formě bloků (modely ve zmenšeném měřítku zobrazeny na Obr. 3) uložených v reaktoru (zmenšený model na Obr. 4) zde plní funkci moderátoru jaderné reakce (látka sloužící ke zpomalení neutronů) a je vystaven množství různých typů zatížení (velká teplota a tlak; radiolytická oxidace; apod.), které mají nezanedbatelný vliv na rozložení napětí v objemu grafitových bloků během jejich životnosti a následnou degradaci/porušení. Obecný grafit je tvořen čistě z uhlíku (C – Werner, rok 1789 [7]), zatímco Gilsocarbon grafit je heterogenní materiál s příměsí živice (bitumenu) Gilsonitu. Příměr k betonu se tedy přímo nabízí (pojivo + kamenivo).



Obr. 1: Schéma reaktoru jaderné elektrárny typu AGR (převzato z [8]), pod odkazem s číslem 3 se nalézá grafitový moderátor (ostatní odkazy, viz [8], nejsou pro tento článek relevantní)



Obr. 2: Vzorek kvazikřehkého Gilsocarbon grafitu (převzato ze [9])

Novátorský typ testu Gilsocarbon grafitu byl navržen v [9]. Jedná se o biaxiální ohyb tělesa ve tvaru kříže, tělesa mohou být opatřena koncentrátorem napětí v průsečíku ramen tělesa. Vyhodnocení zkoušky však postrádá lomový přístup. Nastíněný problém otevírá cesty pro velice zajímavý a aktuální výzkum kvazikřehkého Gilsocarbon grafitu pomocí biaxiální zkušební konfigurace v době, kdy UK bilancuje životnost svých jaderných zařízení.





Obr. 3: Modely bloků z Gilsocarbon grafitu vkládaných do reaktoru používané na University of Bristol pro posouzení odolnosti reaktoru na zemětřesení (*foto* © *Veselý 2014*)

Obr. 4: Model dna AGR reaktoru používaný na University of Bristol pro posouzení odolnosti reaktoru na zemětřesení (*foto* © *Veselý 2014*)

Příspěvek se zaměřuje na pilotní studii ohybového testu na křížovém tělese za pomoci výpočetního nástroje na bázi kohezivní trhliny, umožňujícího simulaci prostorového lomového chování konstrukcí či jejich prvků. Ve studii jsou v úvahu brány různé aspekty modelu i vlastní zkoušky: vstupní materiálové charakteristiky dostupné z literatury i referenčních testů; možnosti snímání odezvy konstrukce na její zatížení; vliv tvaru tělesa (např. vliv otvorů po upevňovacích šroubech pro snímání otevření trhliny) apod. Numerický model umožní odhadnout správná místa pro tenzometrická měření a usnadnit následnou lomovou analýzu. Snímání akustické emise (AE) během experimentů by mohlo, díky lokalizaci AE událostí, poskytnout ověření výpočtového modelu – včetně vlivu okrajových podmínek, kterými je řízen biaxiální stav napětí zkušebního tělesa [10].

2 NUMERICKÝ MODEL KŘÍŽOVÉHO TĚLESA

Z dostupné geometrie (ukázka na Obr. 5) byl vytvořen výpočtový model, věrně kopírující rozměry zkušebního tělesa, použitého při experimentu provedeného ve VB (University of Bristol). Rozvržení podpor má zásadní vliv na úroveň biaxility – působením zatížení (během experimentu vyvolané přírůstkem posunu příčníku, přeneseným ze zkušebního lisu do zkušebního vzorku přes sférické těleso) se jedná o konfiguraci pětibodového ohybu zkušebního tělesa. Posunutím podpor v určitém směru (Obr. 5) má za následek změnu biaxiální napjatosti za využití pouze jedné testovací geometrie (výhoda sériové výroby těles např. pro pozdější citlivostní analýzu). Zkušební těleso je opatřeno koncentrátorem napětí ze své spodní strany – mělkým zářezem – ve volitelném úhlu oproti centrální rovině tělesa (změna rozložení napětí a jiný princip porušení). Nevýhodou této zkoušky ve variantě, jak byla provedena a publikována v [9], jsou však celkem čtyři vyvrtané díry pro šrouby (Obr. 6), které při experimentu "nesou" břity, na kterých se, pomocí svěrkových měřidel, měří tzv. otevření ústí trhliny (CMOD - Crack Mouth Opening Displacement) v závislosti na zatěžovací síle zkušebního zařízení. Jak bylo zmíněno, tyto otvory ovlivňují směr šířící se trhliny, jež inklinuje k dalším koncentrátorům napětí v narušené struktuře grafitového ligamentu. Důsledky takto vzniklého problému se (posléze) bude snažit nakonfigurovaný numerický model kvantifikovat pro vyhodnocení testu či navrhnout snížení tohoto efektu. Materiálové charakteristiky Gilsocarbon grafitu se v literatuře [5, 6, 9] různí, avšak jistá shoda byla nalezena: Youngův modul pružnosti E = 10.9 GPa, Poissonův součinitel $\nu = 0.2$; jednoosá tlaková pevnost $f_c = 28$ MPa, jednoosá tahová pevnost $f_t = 2.32$ MPa a lomová energie $G_f = 260$ Jm⁻².

Numerické modely křížového tělesa (Obr. 7a), klíčové pro všechny naplánované analýzy a srovnání, jsou vytvořeny ve výpočetním nástroji ATENA 3D [11], kterým je možno modelovat porušení konstrukcí trhlinami, jejich vznik a postupné šíření v průběhu zatěžovacího procesu. Disponuje nelineárními modely materiálů (plasticita, porušování) pro simulaci jeho reálného porušení. Lomově-plastický model pro beton (*3D Nonlinear Cementitious 2*), který byl použit i pro simulaci kvazikřehkého Gilsocarbon grafitu, kombinuje konstitutivní modely pro tahové (lomové) a tlakové (plastické) chování [12]. Samotný model lomu je založen na klasické ortotropní formulaci rozetřených trhlin s implementací modelu pásu trhlin (model kohezivní trhliny).





Obr. 5: Ukázka geometrie zkušebního tělesa v pětibodovém ohybu, vyvolávající výrazně biaxiální stav napětí (převzato z [9])

Obr. 6: Porušení křížového tělesa z kvazikřehkého Gilsocarbon grafitu (převzato z [9])

Parametry zachycené odezvy zkušebního zařízení během reálného experimentu jsou zatím dvojího typu (síla a CMOD). V tomto duchu se úsilí autorů zaměřilo na verifikaci v rámci umístění monitorovacích bodů. Během simulace byl navíc zaznamenáván průhyb ve spodní části numerického modelu a reakce na přírůstek deformace zatěžovací hlavy. Síti konečných prvků byla věnována zvýšená pozornost zejména v místech přechodu dvou přilehlých ramen tělesa. Jedna z variant výpočtového modelu byla generována z prvků ve tvary šestistěnů (tzv. bricky), přičemž všechny další varianty již byly generovány z prvků ve tvaru čtyřstěnů (tzv. tetrahedrony).



Obr. 7: Numerický model křížového tělesa pro biaxiální ohybový test, a) s detailem podpor, b) varianta s odklonem směru trhliny o 0° a otvory pro šrouby, c) varianta s odklonem směru trhliny o 45° a otvory pro šrouby

Hloubka zářezů (respektive délka trhliny) byla zvolena v pěti hodnotách (6, 8, 10, 14 a 18 mm). Úhel směru trhliny zaujímal dvě pozice – odklon o 0° a odklon o 45° oproti střednicové rovině dvou hlavních ramen tělesa, jako je tomu naznačeno na Obr. 7b a 7c. Varianty (viz dále, v legendě označované jako ŠROUBY) využívající šrouby byly uvažovány ve dvou alternativách: tření oceli o grafit (součinitel tření $\mu = 0,1$ pro grafit s ocelí) nebo pevný kontakt obou povrchů. Přičemž šroub byl modelován elastickým isotropním materiálovým modelem, dostupným v knihovně nástroje ATENA 3D, modelujícím ocel o $E_s = 210$ GPa a $\nu = 0,3$. Rozpětí podpor činí 140 mm pro oba směry – tedy jedna varianta představující equibiaxiální konfiguraci.

3 DISKUZE VÝSLEDKŮ

3.1 Srovnání z hlediska rozvoje trhlin

Jednotlivé varianty numerických modelů křížového zkušebního tělesa jsou shrnuty v Obr. 8, kde konfigurace A označuje zkušební těleso opatřené otvory pro šrouby s iniciačním zářezem délky 10 mm (relativní hloubka odpovídající 0,4) s úhlem odklonu směru trhliny od střednicové roviny 0° (Obr. 7b). Varianta B je podobná, avšak úhel odklonu zaujímá hodnotu 45° (Obr. 7c). Varianta C neobsahuje iniciační zářez. Varianta D a E pak není porušena otvory pro šrouby a rozdíl je jen v síti konečných prvků (kouty tělesa a spodní kvádr u varianty D jsou modelovány tetrahedrony a ostatní varianty bricky).

Prostřední sloupec Obr. 8 ukazuje způsob vzniku a šíření porušení v počátečních stádiích zkoušky, zato pravá část zobrazuje stupeň porušení na konci nasimulované zatěžovací křivky (viz Obr. 9). Je patrné, že iniciační trhlina (zářez) má nemalý vliv na směr šířící se trhliny. Varianta A s iniciačním zářezem rovnoběžným s osou x vykazuje vznik mikrotrhlin (šíření lomové procesní zóny – LPZ) v rozích zářezu a trhlina má tendenci postupovat ve směru osy x až do okamžiku, kdy je porušení odkloněno do koutů křížového tělesa (přes otvory pro uchycení břitů). Zato varianta B vykazuje trend šířící se trhliny v požadovaném směru sklonu 45°. Ve variantách C až E se sice trhliny šíří uprostřed tělesa, ale nemají předem daný směr. Postupně se propagují do koutů zkušebního tělesa.

Jak již bylo zmíněno, otvory pro upevňovací šrouby fungují jako koncentrátory napětí (parazitní porušení), což lze zaznamenat u vzoru trhlin při srovnání varianty A s B. Odklon iniciačního zářezu o 45° způsobuje směřování šíření trhliny přímo do koutů mezi rameny zkušebního tělesa. Ve skutečnosti je velká část energie potřebná k šíření trhlin iniciovaných v otvorech pro upevňovací šrouby. Srovnání varianty s otvory pro šrouby (C) a bez nich (D, E) ukazuje na snadnější šíření trhliny v prospěch variant C, což by ve vyhodnocení testu vedlo k nižší získané hodnotě lomové energie (hodnocené ze zatěžovacího diagramu) v rámci stejných materiálových charakteristik. Avšak šíření trhliny bez odklonů přímo do rohů tělesa je typické pro varianty D a E.





Obr. 8: Jednotlivé analyzované varianty křížového testu včetně vzoru trhlin

3.2 Srovnání z hlediska zatěžovacích křivek

Z Obr. 8 jsou známy zkušební varianty křížového tělesa a jejich zatěžovací křivky (loaddeflection diagramy) shrnuje Obr. 9. Liší se od sebe především v koncové části křivek, kdy se naplno projevuje šíření trhlin. To lze prakticky ukázat na příkladu varianty B, která má průběh s nejnižší hodnotou přenesené síly při porušení křížového zkušebního tělesa. Je to dáno šikmým umístěním iniciačního zářezu, který svou rovinou míří do koutů mezi rameny tělesa. Srovnání křivek pro varianty C až E jen potvrzuje komentář z předchozí kapitoly.



Obr. 9: Zatěžovací diagram vybraných variant numerických modelů křížového tělesa

Vliv délky iniciačního zářezu na průběh zatěžovacích diagramů (pro variantu A) ukazuje Obr. 10, kde je splněna logika pro výpočtový model ve smyslu splnění předpokladu, že větší délka trhliny vede k rychlejšímu (snadnějšímu) kolapsu zkušebního tělesa.

Zajímavější pohled na problematiku ohybu křížového zkušebního tělesa ilustruje Obr. 11. Jsou zde srovnány tři varianty zatěžovacích diagramů varianty A, kde je zkoumán vliv výplně otvorů homogenním materiálem, suplujícím montážní šrouby. Respektive variantu, kde jsou otvory ponechány bez výplně, jako je tomu u předchozích variant z Obr. 9. Křivka pro použití šroubů bez kontaktu oceli s grafitem (modrá) vyznačuje pevné spojení v rámci výpočtového modelu a znamená odklon od dvou zbývajících variant. Zato použití šroubů s kontaktem či žádné výplně vykazuje malé změny v trendu (pokud se odmyslí koncová část). Obr. 12 představuje vzor trhlin pro variantu *ŠROUBY bez kont.* a *ŠROUBY s kont.* Vzájemné srovnání ukazuje šíření trhliny (ve prospěch varianty bez kontaktních prvků) směrem do kouta tělesa, aniž by přecházela přes otvory pro šrouby. Na druhé straně při použití kontaktních prvků je zaznamenáno šíření přes plochu (povrch) otvorů pro šrouby.



Obr. 10: Zatěžovací diagramy pro modely s různými délkami iniciačního zářezu pro variantu A numerického modelu křížového tělesa



Obr. 11: Zatěžovací diagramy ilustrující vliv použití výplně otvorů pro iniciační šrouby u varianty A numerického modelu křížového tělesa



Obr. 12: Vzory trhlin varianty A numerického modelu křížového tělesa z Obr. 11 ilustrující vliv použití výplně otvorů pro iniciační šrouby, a) bez kontaktních prvků, b) s kontaktními prvky

4 ZÁVĚR

Článek představil analýzu vlivu různých aspektů numerického modelu křížového tělesa určeného pro ohybový biaxiální zkušební test, jenž byl použit pro výzkum porušování Gilsocarbon grafitu. Ze zjištěných výsledků je zřejmé, že podrobnější analýza ohybového testu křížového tělesa byla zcela na místě. Úspěšná implementace výpočtového modelu ukázala na problematické aspekty navržené zkoušky, jež by měly být eliminovány či zohledněny při jejím vyhodnocení. Vhodná délka a především odklon iniciačního zářezu tělesa s uvážením výplně otvorů pro montážní šrouby se ukazují jako stěžejní. Pro reálné testování by se měl najít jiný vhodný způsob měření deformace ve spodní části zkušebního tělesa s ohledem na koncentrátory napětí (respektive iniciátory trhlin).

PODĚKOVÁNÍ

Výzkum byl realizován za finanční podpory VUT v Brně (projekt juniorského specifického vysokoškolského výzkumu FAST-J-15-2727).

LITERATURA

- RILEM Technical Committee 50-FMC. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams. *Materials and Strucures*. 1985, Vol. 18, Issue. 4, pp. 285–290.
- [2] LINSBAUER, H. N. & TSCHEGG E. K. Fracture energy determination of concrete with cube-shaped specimens. *Zement und Beton.* 1986, Nr. 31, pp. 38–40.
- [3] TSCHEGG, E. K., SCHNEEMAYER, A., MERTA, I. & RIEDER K.-A. Energy dissipation capacity of fibre reinforced concrete under biaxial tension–compression load. Part I: Test equipment and work of fracture. *Cement and Concrete Composites*. 2015, 62, pp. 195–203.
- [4] VESELÝ, V. & SOBEK J. Numerical study of failure of cementitious composite specimens in modified compact tension fracture test. *Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series.* Vol. 13, Issue 2, pp. 209–216. ISSN (Print) 1213-1962. ISSN (Online)1804-4824. DOI: 10.2478/tvsb-2013-0025, 2013.

- [5] MOSTAFAVI, M., MCDONALD, S. A., ÇETINEL, H., MUMMERY P. M. & MARROW T. J. Flexural strength and defect behaviour of polygranular graphite under different states of stress. *Carbon.* 2013, Nr. 59, pp. 325–336.
- [6] LAUDONE, M. G., GRIBBLE, M. CH. & MATTHEWS G. P. Characterisation of the porous structure of Gilsocarbon graphite using pycnometry, cyclic porosimetry and void-network modeling. *Carbon.* 2014, Nr. 73, pp. 61–70.
- [7] WERNER, A. G. Ueber das Vorkommen des Basalates auf Kuppen vorzueglich hoher Berge. *Bergmännisches Journal*. 1789, Nr. 2, pp. 252–260.
- [8] http://en.wikipedia.org/wiki/Advanced_gas-cooled_reactor.
- [9] LIU, D., MOSTAFAVI, M., FLEWITT, P. E. J., MARROW, T. J. & SMITH D. Fracture characterisation of reactor core graphite under biaxial loading. *Key Engineering Materials*. 2014, Nr. 577–578, pp. 485–488.
- [10] VESELÝ, V., FRANTÍK, P., VODÁK, O. & KERŠNER Z. Localization of propagation of failure in concrete specimens assessed by means of acoustic and electromagnetic emission and numerical simulations. *Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series.* Vol. 11, Issue 2, pp. 269–278. ISSN (Print) 1213-1962. ISSN (Online)1804-4824. DOI: 10.2478/v10160-011-0036-5, 2011.
- [11] ČERVENKA V., JENDELE, L. & ČERVENKA J. ATENA Program documentation Part 1: *Theory*. Praha: Červenka Consulting, 2007.
- [12] HOLUŠOVÁ, T., SEITL, S. & FERNÁNDEZ-CANTELI A. Numerical support of experimental compact tension test on concrete cylindric specimens. *Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series.* Vol. 13, Issue 2, pp. 119–128. ISSN (Print) 1213-1962. ISSN (Online)1804-4824. DOI: 10.2478/tvsb-2013-0007, 2013.

Oponentní posudek vypracoval:

Ing. Zdeněk Majer, Ph.D., ÚMTMB - odbor lomové mechaniky a mesomechaniky materiálů, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně.

Eng. Maciej Major, PhD., Katedra Mechaniki Technicznej, Wydział Budownictwa, Politechnika Częstochowska, Poland.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 12

Eva KORMANÍKOVÁ¹

DESIGN OPTIMIZATION OF SANDWICH PANELS

Abstract

The paper deals with design optimization of sandwich structure made of laminate outer layers and PUR foam core. The thickness of outer layers with the known fibre orientation angle of individual laminae, referred to as the thickness variable, will be used as design variable. The optimization problem with displacement constraint will be formulated to minimize the weight of sandwich with laminate outer layers. The design is optimized using continuous design variable.

Keywords

Optimization, sandwich panel, maximum displacement criterion, thickness design variable, weight objective function.

1 INTRODUCTION

The optimization of a composite plate is important analysis for design of structures ranging from aircrafts to civil engineering structures.

The design optimization problem of current interest is the minimization of the weight function for a sandwich composite plate. This is a design optimization problem which optimizes the thickness of the sandwich layers to give the minimum weight. Of greater interest to current study are the works on the design optimization of composite sandwich plates where the thickness of outer layers and the core are taken as the design variables.

2 SANDWICH THEORY

The typical sandwich structure compounds of three layers. The outer layers are made of a material that has high strength (fiber reinforced laminates), which can transfer axial forces and bending moments, while the core is made of lightweight materials such as foam, alder wood etc. The material used in sandwich core must be resistant to compression and capable of transmitting shear. The thin cover sheets, i.e. the layers 1 and 3, have the thicknesses h_1 for the lower skin and h_3 for the upper skin. The thickness of the core is h_2 (Fig. 1). In a general case, h_1 does not have to be equal to h_3 , but in the most important practical case of symmetric sandwiches $h_1 = h_3$.

Most sandwich structures can be modeled and analyzed using the shear deformation theory for laminate plates [1-3].

For the resultants N and M the integration is carried out over the sheets only and for the transverse shear force over the core. The constitutive equations for a sandwich are written in the hypermatrix form

$$\begin{pmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}^{\mathbf{s}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{pmatrix}$$
(1)

¹ Doc. Ing. Eva Kormaníková, PhD., Department of Structural Mechanics, Institute of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Technical University of Kosice, Vysokoskolska 4, 042 00 Kosice, Slovak Republic, phone: (+421) 55 602 4168, e-mail: eva.kormanikova@tuke.sk.

where N, M, V are the vectors of normal forces, bending moments and transverse shear forces, respectively and $\boldsymbol{\epsilon}_0, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\gamma}$ are the vectors of mid-plane strains, curvatures and transverse shear strains, respectively. The stiffness coefficients are calculated as

$$A_{ij} = A_{ij}^{(1)} + A_{ij}^{(3)}, \qquad B_{ij} = \frac{1}{2}h^{(2)} \Big(A_{ij}^{(3)} - A_{ij}^{(1)} \Big), \tag{2}$$

$$C_{ij} = C_{ij}^{(1)} + C_{ij}^{(3)}, \qquad D_{ij} = \frac{1}{2}h^{(2)} \Big(C_{ij}^{(3)} - C_{ij}^{(1)} \Big), \tag{3}$$

$$A_{ij}^{s} = E_{ij}^{s} h^{(2)}; \ i,j = 4,5$$
(4)

where E_{ii}^{s} is the transverse shear modulus of the core.

3 SIZING OPTIMIZATION

The optimization process is applied to the approximate problem represented by the polynomial approximation. The coefficients of the polynomial function are determined by the least squares regression.

For regression analysis the singular value decomposition is used. When the objective function and constraints are approximated and their gradients with respect to the design variables are calculated based on chosen approximation, it is possible to solve the approximate optimization problem.

One of the algorithms used in the optimization module is called the Modified Feasible Direction method (MFD). The solving process is iterated until convergence is achieved.

It is important to distinguish the iteration inside the approximate optimization from the loop in the overall optimization process. Convergence of MFD to the optimum is checked by criteria of maximum iterations and criteria of objective function changes.

Besides the previously mentioned criteria, the Kuhn-Tucker conditions necessary for optimality must be satisfied.

Convergence or termination checks are performed at the end of each optimization loop in general optimization. The optimization process continues until either convergence or termination occurs.

4 MODELING AND SOLUTION OF SANDWICH PLATE

For the numerical solution the simply supported panel with laminate facings was used [4, 5]. Panel length is L = 3750 mm, nominal width is B = 1000 mm. Thickness of the facings is $h_1 = h_3$ and core is h_2 (Fig. 1). On the panel affects uniform static wind load with intensity of 2 kPa in the bending plane. The laminate Carbon/epoxy facings are composed of eight identical thickness layers of a symmetric laminate $[0/\pm 45/90]_s$.

It was considered the carbon fibres in epoxy matrix, while unidirectional laminate layer has characteristics:

 $E_f = 230 \text{ GPa}; E_m = 3 \text{ GPa}; v_f = 0.2; v_m = 0.3; V_f = 0.6; \rho_k = 1580 \text{ kg/m}^3.$

Sandwich core, consisting of polystyrene, has material constants: $E_P = 16$ MPa;

 $v_P = 0.3$; $\rho_P = 150 \text{ kg/m}^3$.

Laminate properties were determined by homogenization techniques [4, 12]. Computational program MATLAB was used to calculate the effective material properties of laminate facings. Numerical solutions were conducted through the COSMOS/M program. STAR module for solving linear static was used for calculations. There were used finite elements of the type SHELL4L. These

are the 4-node multi-layer quadrilateral elements with membrane and bending response and can be enter up to fifty layers.



Fig. 1: Scheme of sandwich structure

Design optimization problems can be written as follows:

Optimization problem 1:

$$F(X) = G(h_1) \rightarrow \min [N]$$

 $1 \cdot 10^{-4} \le h_1 \le 0.01 [m]$
 $h_2 = 0.1 [m]$
 $0 \le w \le 0.0375 [m]$
Optimization problem 2:
 $F(X) = G(h_2) \rightarrow \min [N]$
 $1 \cdot 10^{-2} \le h_2 \le 0.2 [m]$
 $h_1 = 0.001 [m]$
 $0 \le w \le 0.0375 [m]$
Optimization problem 3:
 $F(X) = G(h_1, h_2) \rightarrow \min [N]$
 $5 \cdot 10^{-4} \le h_1 \le 0.002 [m]$
 $5 \cdot 10^{-2} \le h_2 \le 0.2 [m]$
 $0 \le w \le 0.0375 [m]$

The initial values and bounds of design variables, constraints and the objective function are shown in the Table 1 for optimization problem 1.

Optimization parameters		Initial values	itial values Final values	
Design variable	h_1 [m]	0.001	5.683·10 ⁻⁴	1.10-5
Objective function	<i>G</i> [N]	573.75	568.983	1.10-3
Constraint	<i>w</i> [m]	0.02378	0.0375	3.75.10-4

Tab. 1: Summary of results of the optimization problem 1



Fig. 2: Variation of design variable h_1 [m] during the optimization process 1

The initial values and bounds of design variables, constraints and the objective function are shown in the Table 2 for optimization problem 2.

Optimization parameters		Initial values	Final values	Tolerance $ au$
Design variable	<i>h</i> ₂ [m]	0.1	7.755.10-2	1.10-5
Objective function	<i>G</i> [N]	573.75	447.445	1.10-3
Constraint	<i>w</i> [m]	0.02378	0.0375	3.75.10-4

Tab. 2: Summary of results of the optimization problem 2



Fig. 3: Variation of design variable h_2 [m] during the optimization process 2

The initial values and bounds of design variables, constraints and the objective function are shown in the Table 3 for optimization problem 3.

Tab. 3: Summary of results of the optimization problem 3

Optimization parame	Initial values	Final values	Tolerance $ au$	
Design variable	h_1 [m]	0.001	0.002	1.10-5
Design variable	<i>h</i> ₂ [m]	0.158	0.05067	1.10-5
Objective function	<i>G</i> [N]	900	341.31	1.10-3
Constraint	<i>w</i> [m]	0.01092	0.0375	3.75.10-4



Fig 4: Variation of design variables h_1 [m] during optimization process 3



Fig. 5: Variation of design variables h_2 [m] during optimization process 3



Fig. 6: Contour plot of deflections w before and after the optimization process 3



Fig. 7: Contour plot of stresses τ_{xz} at the bottom of core layer before and after the optimization process 3

6 CONCLUSIONS

The first order shear laminate theory was used by the FEM analysis of the problem [5-11]. The problem was formulated as a minimum weight of simply supported rectangular sandwich plate subject to deflection constraint in the middle of the plate. Design variable were thicknesses h_1 and h_2 of sandwich layers. The optimal problem was solved using SLP and MFD method with maximum 70 iterations in each own optimization loop. In the Figs. 2-5 there are depicted variations of design variables during the optimization processes 1, 2 and 3, respectively. Initial and final values of optimization processes 1, 2 and 3 are shown in the Tables 1, 2 and 3, respectively. Contour plot of

deflections w and stresses τ_{xz} at the bottom of the core layer before and after optimization process 3 are illustrated in the Figs. 6 and 7, respectively. The most general optimization procedure is optimization process 3 with two design variables, where designer can optimize whole thickness of sandwich panel within to take into account both constraints for thicknesses h_1 and h_2 . There was not taken into account a hygrothermal effect of environment. Only static analysis under mechanical loading was performed.

ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by the Scientific Grant Agency of the Ministry of Education of Slovak Republic and the Slovak Academy of Sciences under Project VEGA 1/0477/15.

REFERENCES

- [1] GÜRDAL, Z., HAFTKA, R.T. and HAJELA, P. Design and Optimization of Laminated Composite Materials, J. Wiley & Sons, 1999.
- [2] BARBERO, E. J. *Finite element analysis of composite materials*, CRC Press, USA, ISBN-13: 978-1-4200-5433-0, 2007.
- [3] MIHALIKOVA, M. [et al.] Influence of strain rate on automotive steel sheet breaking, *Chemické listy*. Vol. 105, no. 17 (2011), pp. 836-837. ISSN 0009-2770.
- [4] SYKORA, J. SEJNOHA and M. SEJNOHA, J. Homogenization of coupled heat and moisture transport in masonry structures including interfaces, *Applied Mathematics and Computation*, 219 (13), pp. 7275-7285, 2013.
- [5] HARABINOVA, S. and PANULINOVA, E. Properties of Aggregates of Steel-Making Slag, *GeoConference on Energy and Clean Technologies*: conference proceedings, Albena, Bulgaria – Sofia, Volume 2, 2014, pp. 199-202.
- [6] JENDZELOVSKY N. Analysis of the 3D state of stress of a concrete beam, *Advanced Materials Research*, Volume 969, pp. 45-50, 2014.
- [7] KREJSA, M., JANAS, P., YILMAZ, I., MARSCHALKO, M. and BOUCHAL, T. The use of the direct optimized probabilistic calculation method in design of bolt reinforcement for underground and mining workings, *The Scientific World Journal*, Volume 2013, Article number 267593, 2013.
- [8] ZMINDAK, M., PELAGIC, Z. and Bvoc, M. Analysis of high velocity impact on composite structures, *Applied Mechanics and Materials*, Volume 617, pp. 104-109, 2014.
- [9] KRALIK, J. Optimal design of npp containment protection against fuel container drop, *Advanced Materials Research*, Volume 688, pp. 213-221, 2013.
- [10] MELCER, J. and LAJCAKOVA, G. Comparison of finite element and classical computing models of reinforcement pavement, *Advanced Materials Research*, Vol. 969, pp. 85-88, 2014.
- [11] KOLÁŘ, V. and NĚMEC, I.: The Efficient Finite Element Analysis of Rectangular and Skew Laminated Plates. *International Journal for Nurnerical Methods in Engineering*. Vol. 7, No. 3, 1973. IJNMBH 7(3) 241-412.
- [12] SEJNOHA, M. AND ZEMAN, J. Micromechanical modeling of imperfect textile composites, (2008) *International Journal of Engineering Science*, 46 (6), pp. 513-526.

Reviewers:

Doc. Ing. Jozef Dický, PhD., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology in Bratislava, Slovakia.

Doc. Ing. Ivan Němec, CSc., Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 13

Juraj KRÁLIK¹, Oľga HUBOVÁ², Lenka KONEČNÁ³

CFD SIMULATION OF AIR-FLOW OVER A "QUARTER-CIRCULAR" OBJECT VALIDED BY EXPERIMENTAL MEASUREMENT

Abstract

A Computer-Fluid-Dynamic (CFD) simulation of air-flow around quarter-circular object using commercial software ANSYS Fluent was used to study iteration of building to air-flow. Several, well know transient turbulence models were used and results were compared to experimental measurement of this object in Boundary Layer Wind Tunnel (BLWT) of Slovak University of Technology (SUT) in Bratislava. Main focus of this article is to compare pressure values from CFD in three different elevations, which were obtained from experimental measurement. Polyhedral mesh type was used in the simulation. Best results on the windward face elevations were obtained using LES turbulence model, where the averaged difference was around 7.71 %. On the leeward face elevations it was SAS turbulence model and averaged differences from all elevations was 12.93 %.

Keywords

ANSYS, CFD, turbulence, pressure, experiment.

1 INTRODUCTION

A useful tool to study building to air-flow iteration is Computer Fluid Dynamics (CFD). CFD is widely used by engineers and designers to predict air-flows and influence turbulence. Accuracy of simulations depends on problem statement and choosing the right turbulence model with corresponding grid sensitivity. The flow fields are characterized by the presence of multiple recirculation zones embedded within a unidirectional flow.

In this paper are CFD simulations of air-flow over an obstacle in shape of quarter-circular object is presented and compared to data from experimental measurement. For the needs of simulation, two models were created with different grid sensitivity. Polyhedral mesh type was used to create a domain with low computer demands.

2 TURBULENCE MODELLING

Modelling of turbulence or air flow around an obstacle can be done by many commercial and non-commercial programs. For purpose of this article was used Fluent R15 which is part of ANSYS commercial package. Fluent offers many turbulence models, from one equation up to seven equation

¹ Ing. Juraj Králik, Ph.D., Institute of Construction in Architecture and Engineering Structures, Faculty of Architecture, Slovak University of Technology in Bratislava, Námestie Slobody 19, 812 45 Bratislava, Slovakia, phone: (+421) 903 951 403, e-mail: kralik@fa.stuba.sk.

² Doc. Ing. Ol'ga Hubová, Ph.D., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology in Bratislava, Radlinského 11, 810 05 Bratislava, Slovakia, e-mail: olga.hubova@stuba.sk.

³ Ing. Lenka Konečná, Ph.D., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology in Bratislava, Radlinského 11, 810 05 Bratislava, Slovakia, e-mail: lenka.konecna@stuba.sk.

turbulence model. In this analysis were used following turbulence models: k- ε (2-eq. model); k- ω (2-eq. model); SST (Shear-Stress Transport, 4-eq. model); SAS (Scale-Adaptive Simulation) and LES (Large Eddy Simulation). All these turbulence models are well described in ANSYS manuals, so next will follow only a brief description of these models and for comparison of models their model formulation will be presented theirs differential transport equations.

2.1 *k*-ε model

This model is valid for fully turbulent flows only. Widely used despite the known limitations of the model. Performs poorly for complex flows involving severe pressure gradients, separations and strong streamline curvature. Fluent offers three variants of this turbulence model: Standard, RNG and Realizable and four types of near-wall modelling: standard wall functions, scalable wall functions, non-equilibrium wall functions, enhanced wall treatment and user defined wall functions. Differential transport equations for the turbulence kinetic energy and turbulence dissipation rate [1]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = P_k - \rho \varepsilon + P_{kb} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
(1)

$$\frac{\partial(\rho\epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_{j}\epsilon)}{\partial x_{j}} = \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_{k} - C_{\epsilon 2} \rho\epsilon + C_{\epsilon 1} P_{\epsilon b}) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\epsilon}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right]$$
(2)

2.2 *k-ω* model

Superior performance for wall-bounded boundary layer, free shear, and low Reynolds number flows. Suitable for complex boundary layer flows under adverse pressure gradient and separation (external aerodynamics and turbomachinery). Can be used for transitional flows (though tends to predict early transition). Separation is typically predicted to be excessive and early. Fluent offers two variants of this turbulence model: Standard and SST. Model formulation for turbulent kinetic energy and turbulent frequency [2, 3]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + P_{kb} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
(3)

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_{j}\omega)}{\partial x_{j}} = \alpha \frac{\omega}{k} P_{k} - \beta \rho \omega^{2} + P_{\omega b} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right]$$
(4)

2.3 Shear-Stress Transport

These models can simulate the laminar-turbulent transition of wall boundary layers. Proper mesh refinement and specification of inlet turbulence levels is crucial for accurate transition prediction. In general, there is some additional effort required during the mesh generation phase because a low-Re mesh with sufficient stream-wise resolution is needed to accurately resolve the transition region. Fluent offers two variants of scale-resolving simulation options: scale-adaptive simulation and detached eddy simulation. SST model formulation [4,5]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \tilde{P}_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right]$$
(5)

The turbulent eddy viscosity is defined as follows:

$$v_t = \frac{a_1 k}{max(a_1 \omega, SF_2)} \rightarrow v_t = \frac{\mu_t}{\rho}$$
 (6)

2.4 Scale-Adaptive Simulation

The full transition model is based on two transport equations, one for the intermittency and one for the transition onset criteria in terms of momentum thickness Reynolds number. It is called 'Gamma Theta Model' and is the recommended transition model for general-purpose applications. It uses a new empirical correlation (Langtry and Menter) which has been developed to cover standard bypass transition as well as flows in low free-stream turbulence environments. Used for globally unstable flows, 'safest' SRS model, as it has URANS fall-back position on coarse grids/time steps, [6, 7 and 8]. The transport equation for the intermittency and for the transition momentum thickness Reynolds number:
$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j\gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial\gamma}{\partial x_j} \right]$$
(7)

2.5 Large Eddy Simulation

Turbulent flows are characterized by eddies with a wide range of length and time scales. The largest eddies are typically comparable in size to the characteristic length of the mean flow. The smallest scales are responsible for the dissipation of turbulence kinetic energy. Used for free shear flows, typically too expensive for wall-bounded flows. Fluent offers five variants of this turbulence model: Smagorinsky-Lilly, WALE, WMLES, WMLES S-Omega and Kinetic-Energy Transport. In the WALE model [9], the eddy viscosity is modelled by:

$$\mu_t = \rho L_s^2 \frac{\left(s_{ij}^d s_{ij}^d\right)^{3/2}}{\left(\bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}\right)^{5/2} + \left(s_{ij}^d s_{ij}^d\right)^{5/4}} \tag{9}$$

3 EXPERIMENT

Experimental measurement was carry out in Boundary Layer Wind Tunnel (BLWT) of Slovak University of Technology in Bratislava, Fig.1. Examined object was quarter-circle shape that was 273 mm high and the quarter-circle radius was 80 mm with 30 mm rectangle part at the ends of quarter-circle. During this experiment were measured pressures in 16 points in three different elevations 15, 136 and 258 mm above the wind tunnel floor level, Fig.1. During experiment was from previous measurements found out that the most unpleasant direction of wind was when the model was rotated by approximately 112° from its original position (when wind direction was perpendicular to the one of the rectangle face of the model), [10].

Three sets of data were obtained for each elevation, for model rotated by 120°. Every set of data consisted of approximately 500 values of pressure in each measuring point. For comparison to CFD simulations were calculated three curves of pressures in each elevation: max., min. and mean.

Measurement conditions were as follows: the frequency of rotors was 20 Hz; the barometric pressure was varying from 100 440 Pa up to 100 460 Pa; the air density 1.18843 kg/m³ up to 1.18947 kg/m³ and the air temperature 19.8°C up to 21°C. Reference value of wind speed were measured 369 mm in front of the model in the high of top edge of object (273 mm) and were as follows: 8.92 m/s; 8.85 m/s; 8.42 m/s and 8.49 m/s. Mean value of reference wind speed was interpolated to 8.745 m/s.



Fig. 1: Left: STU BLWT; Right: model

It needs to be noted that during this experiment wasn't measured wind profile for the frequency of rotors (20 Hz). The data for wind profile used in CFD simulation were taken from previous measurements in BLWT for the frequency of rotors 18 Hz and 26 Hz. Subsequently the data for wind profile for frequency of 20 Hz were interpolated and the wind profile can be seen in Fig.2 (black coloured curve).

4 COMPUTER-FLUID-DYNAMIC

As mention before for purpose of this analyse was used ANSYS Fluent R15 software.



Fig. 2: Left: wind profiles: 18 Hz (red); 26 Hz (blue); 20 Hz (green) and CFD profile (black); Right: location of pressure taps with respect to wind direction

4.1 Geometry

Geometry was built in Design Modeller. Whole grid dimensions are: L=4 m, B=2.6 m and H=1.6 m. Quarter-circle object was situated 1m behind inlet boundary (his centre of gravity) in middle of domains width.

4.2 Mesh

Original mesh was generated using tetrahedron elements and two types of mesh where created. First mesh had on surface of quarter-circle object element size 0.005 m, advanced size function was on and set to be fixed, with fine relevance centre, high smoothing and slow transition. Maximum face size was 0.1 m, maximum size 0.2 m and grow rate of elements from surface of object 5%. Generated were $1.8 \cdot 10^6$ elements with 341 504 nodes, model mark is M1. Second mesh had on surface of quarter-circle object element size 0.003 m, advanced size function was on and set to be fixed, with fine relevance centre, high smoothing and slow transition. Maximum face size was 0.1 m, maximum size 0.2 m and grow rate of object 5%. Generated were $3.347 \cdot 10^6$ elements with 663 398 nodes, model mark is M2. Both types of mesh were converted in ICEM (fluent solution module) to polyhedral mesh type with final element number for first mesh 354593 polyhedral cells with 2088288 nodes, second had 700200 polyhedral cells with 3448831 nodes.

4.3 Boundary layers

Each surface had to have its "named section" to which were in solution module set boundary condition. Inlet was set as velocity inlet, outlet as outflow and rest of faces was set as no slip walls without roughness.

4.4 Inputs

In this analysis were used several turbulence models, where each of these models needed his specific inputs. For all models was used same wind velocity profile, which was defined as user defined function (UDF) and interpreted to ICEM. Wind profile was divided into five zones, in the parts where used classic logarithmic function split away from wind profile for the 20 Hz frequency of

rotors. These heights were 70 mm, 250 mm, 550 mm and 950 mm from where the velocity was almost constant.



Fig. 3: Model mesh view

Used logarithmic function was:

$$U(z) = u_{z_0} \cdot A_1 + \frac{u_{fric}}{B_1} \cdot \ln\left(\frac{z}{C_1 z_0}\right) \tag{10}$$

Upper constant part of velocity profile was:

$$U(z) = u_{z_0} \cdot A_1 + \frac{u_{fric}}{B_1} \cdot \ln\left(\frac{z}{C_1 z_0}\right) + \frac{z}{50}$$
(11)

Where u_{z0} =3.851 m/s was speed at height of terrain roughness z_0 =0.02 m (nops foil height). Friction wind velocity was defined as:

$$u_{fric} = \frac{u_{ref} - u_{z_0}}{ln\left(\frac{z_{ref} + 50 \cdot z_0}{4 \cdot z_0}\right)} = \frac{8.745 - 3.851}{ln\left(\frac{0.273 + 50 \cdot 0.02}{4 \cdot 0.02}\right)} = 1.67 \ m/s \tag{12}$$

Wind profile constants were as follows: A=(0.81; 1; 1.031; 1.65), B=(0.7; 0.9; 0.935; 1.55), C=0.95. Comparison of final UDF wind velocity profile to interpolated wind velocity profile can be seen on Fig.2. it need to be noted that the logarithmic function and constants were set to obtain wind velocity profile as much as it is possible the same as was interpolated profile, error in wind velocity at reference height ($z_{ref}=0.273$ m) was zero, maximum error through the whole curve was 4.3%.

k- ε model: this model inputs are based on turbulent kinetic energy *k* and turbulence dissipation rate ε as follows:

$$u = \frac{u_{ref'^{\kappa}}}{\ln\left(\frac{Z_{ref}}{Z_0}\right)} = \frac{8.745 \cdot 0.4}{\ln\left(\frac{0.273}{0.02}\right)} = 1.338 \ m/s \tag{13}$$

$$k = \frac{u^2}{\sqrt{C_{\mu}}} = \frac{1.338^2}{\sqrt{0.09}} = 5.97 \ m^2/s^2 \tag{14}$$

$$\varepsilon(z) = \frac{u^3}{\kappa \cdot (z+z_0)} \tag{15}$$

k- ω model: this model inputs are based on turbulent kinetic energy *k* and specific turbulence dissipation rate ω as follows:

$$\omega(z) = \frac{\varepsilon(z)}{k} \tag{16}$$

SST model: this model inputs are based on intermittency γ (0~1), turbulent kinetic energy k and specific turbulence dissipation rate ω .

SAS model: this model inputs are based on turbulent kinetic energy k and specific turbulence dissipation rate ω .

LES model: this model inputs are based on turbulent kinetic energy k and turbulence dissipation rate ε .

Absolute convergence criteria were set for residual to 10⁻⁴. Spectral synthesiser was used to simulate fully turbulent environment (SRS turbulence models).

5 RESULTS

During experiment were measured only values of pressure in selected points in three different elevations, so results are focused on comparison of mean values of pressures obtained from transient simulations, which are compared to values of pressures from experiment measurements. On the following graphs are represented results from several transient simulations.



Fig. 4: Comparison of different turbulence models, elevation +0.015m, model M1



Fig. 5: Comparison of different turbulence models, elevation +0.015m, model M2



Fig. 6: Comparison of different turbulence models, elevation +0.136m, model M1



Fig. 7: Comparison of different turbulence models, elevation +0.136m, model M2



Fig. 8: Comparison of different turbulence models, elevation +0.258m, model M1



Fig. 9: Comparison of different turbulence models, elevation +0.258m, model M2

Results from experiment are shown as shaded area "Gap", mean value of pressure is represented by black dots. Two different models are compared M1 with 354593 polyhedral cells and M2 with 700200 polyhedral cells. Transient simulation was chosen because of its possibility of averaging results from several iterations, what basically means that the influence or effects of turbulence is been slowly removed.

Absolute values of averaged errors between experiment measurement and CFD simulations can be seen in Tab.1. Here the errors represent the percentage differences between experiment value and CFD value in each point, which have been averaged for objects windward face (points 13 to 16), leeward face (points 1 to 4) and quarter-circle face (points 5 to 12).

Location\Model	k-ε STD1 T	k-ω SST1	SST1 SAS	SAS2	LES1	LES2
Windward Face	54.26	17.16	15.24	9.32	7.71	9.46
Leeward Face	20.15	17.89	34.67	15.91	38.07	30.19
Quarter-Circle Face	26.48	10.52	10.57	12.93	20.99	34.99
All Points	31.84	15.68	18.93	12.77	21.94	27.40
Location\Model	k-ε STD2 T	k-ω SST2	SST2 SAS	SAS1	SAS3	LES3
Windward Face	53.20	16.52	10.43	15.54	11.62	13.65
Leeward Face	21.11	25.53	19.34	57.50	26.16	31.86
Quarter-Circle Face	23.17	20.75	15.27	37.71	16.94	30.14
All Points	30.16	20.89	15.08	37.11	17.92	26.45

Tab. 1: Averaged errors [%] in pressure values

Final numbers of iterations for each turbulence model are shown in Tab.2, these were different from expected number of iterations based on Steps multiplied by Iterations.

Curve Mark	Time [s]	Steps x Iterations	Num. of Iterations	Abs. Criteria: Continuity	Time Step
k-ε STD1 T	1	4 000	1551	7.6533e-05	0.005
k-ε STD2 T	1	4 000	1787	7.6504e-05	0.005
k-ω SST1	1	3 000	1744	7.6498e-05	0.01
k-ω SST2	1	6 000	1201	2.9532e-05	0.005
SST1 SAS	1	15 000	3654	8.6054e-05	0.001
SST2 SAS	1	15 000	10550	9.5301e-05	0.002
SAS1	0.3	12 000	4792	7.8240e-05	0.0005
SAS2	1	15 000	3685	9.5531e-05	0.002
SAS3	1	15 000	11690	9.7329e-05	0.002
LES1	1	15 000	13137	9.7781e-05	0.002
LES2	1	15 000	13231	8.7978e-05	0.002
LES3	0.6705	26 082	20131	7.8754e-05	0.0005

Tab. 2: Residuals and convergence

6 CONCLUSION

From presented results, graphs on Fig.4-9 and Tab.1, can be seen that the transient CFD analysis predicts quite similar flow as obtained from experiment. Because of high CPU requirements, were simulations ran with small amount of iterations for time averaging. This had influence on transient results, this is also mention in several works, [11, 12 and 13]. It can be seen on curves that the influence of turbulence was still present and more iterations are preferred. Several authors claiming similar problems in their work [14, 15 and 16] (convergence, CPU needs, time).

Results from model M2 with dense mesh were more accurate, for the cost of more time needed for analyse. Best performed SST turbulence model with dense grid (M2), but SAS turbulence model with no perturbations using grid M1 predicted pressures with less errors. Looks like, that the spectral synthesiser, which is producing turbulent environment inside the whole domain is the reason of higher errors compared to model without it.

ACKNOWLEDGMENT

This contribution is the result of the research supported by Slovak Grant Agency VEGA. Registration number of the project is 1/1039/12.

REFERENCES

- WILCOX, D.C. *Turbulence Modeling for CFD*. 3rd edition. La Canada CA: DCW Industries, Inc. 2006. DOI: 10.1017/S0022112095211388.
- [2] WILCOX, D.C. Multiscale model for turbulent flows. In: *AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting. American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1986. ISBN: 978-1-84821-001-1.
- [3] WILCOX, D.C. Formulation of the k-omega Turbulence Model Revisited. In: *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, pp. 2823-2838, 2008. DOI: 10.2514/1.36541.

- [4] MENTER, F.R. Zonal two-equation k-ω turbulence model for aerodynamic flows. In: AIAA Paper 1993-2906. Florida: Orlando, 1993. DOI: 10.2514/6.1993-2906.
- [5] MENTER, F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: *AIAA-Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598-1605. DOI: 10.2514/3.12149.
- [6] MENTER, F.R., LANGTRY, R.B., LIKKI, S.R., SUZEN, Y.B., HUANG, P.G., and VÖLKER, S. A Correlation based Transition Model using Local Variables Part 1- Model Formulation. In: ASME-GT2004-53452, ASME TURBO EXPO, 2004, Austria: Vienna. DOI: 10.1115/1.2184352.
- [7] LANGTRY, R.B., MENTER, F.R., LIKKI, S.R., SUZEN, Y.B., HUANG, P.G., and VÖLKER, S. A Correlation based Transition Model using Local Variables Part 2 - Test Cases and Industrial Applications. In: *ASME-GT2004-53454*, ASME TURBO EXPO, 2004, Austria: Vienna. DOI:10.1115/1.2184353.
- [8] LANGTRY, R.B., MENTER, F.R. Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics. In: AIAA Paper 2005-522, Vol. 77, Issue 1-4, 2005, pp. 277-303. DOI: 10.1007/s10494-006-9047-1.
- [9] NICOUD, F. AND DUCROS, F. Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor Flow. In: *Turbulence and Combustion*. Vol. 62, Issue 3, 1999, pp. 183–200. DOI: 10.1023/A:1009995426001.
- [10] HUBOVA, O., KONECNA, L., OLEKSAKOVA I. Experimental and Numerical Determination of Wind Pressure Distribution on an Object with Atypical Form. In: *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 769, 2015, pp. 185-192.ISBN: 978-3-03835-485-7.
- [11] TARABA, B., MICHALEC, Z., MICHALCOVA, V., BOJKO, M., KOZUBKOVA, M. CFD simulations of the effect of wind on the spontaneous heating of coal stockpiles. In: *Fuel.* NL: Elsevier Amsterdam, 2014, Vol. 118, pp. 107-112. DOI:10.1016/j.fuel.2013.10.064.
- [12] J. KALA, M. BAJER, J. BARNAT, R. KARASEK, O. KRATOCHVIL, A. PECHAL, Determination of the air flow induced cyclic stressing of a bridge structure. In: EUROSTEEL 2011, Budapest, Hungary, 2011, pp. 1353-1359. ISBN: 978-92-9147-103-4.
- [13] BLEJCHAŘ, T., MICHALCOVÁ, V. Proudění v mezní vrstvě atmosféry v okolí uhelné skládky – efekt směru vzduchu na samovzněcování (Flow in Atmospheric Boundary Layer in the Surrounding of Coal Stockpile – Effect of Air Direction on Spontaneous Ignition). In: Archivum Combustionis, Polska akademia nauk (PAN), 2010, s. 115-124. ISSN 0808-419X.
- [14] BLEJCHAŘ, T. CFD simulace volného smykového proudění a porovnání výsledků s měřením (CFD Simulation of Jet Flow and Comparison with Measurement). In: Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava. Řada strojní, Vysoká škola báňská -Technická univerzita Ostrava, 2010, pp. 1-5. ISSN 1210-0471.
- [15] BLEJCHAŘ, T., MICHALCOVÁ, V. CFD simulation in boundary layer in coal stockpile surround. Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava. Řada strojní, Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2010, s. 9-14. ISSN 1210-0471.
- [16] BLEJCHAŘ, T. CFD model redukce emisí NOx metodou SNCR (CFD Model of NOX Reduction by SNCR Method). Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava. Řada strojní, Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2009, s. 1-6. ISSN 1210-0471.

Reviewers:

Prof. Ing. Sergeii Kuznetsov, DrSc., ÚTAM AV ČR, v. v. i., Prague, Czech Republic.

Ing. Vladimíra Michalcová, Ph.D., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, VŠB – Technical University of Ostrava., Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 14

Vladimíra MICHALCOVÁ¹, Lenka LAUSOVÁ²

NUMERICKÝ VÝPOČET AERODYNAMICKÉ DRSNOSTI KOMÍNA OPLÁŠTĚNÉHO VLNITÝM PLECHEM

NUMERICAL CALCULATION OF AERODYNAMIC ROUGHNESS OF CHIMNEY JACKETED WITH CORRUGATED SHEETS

Abstrakt

Článek se zabývá vlivem tvaru opláštění komína na jeho výsledné zatížení od účinků větru. Popisuje možnosti definování ekvivalentní aerodynamické drsnosti a součinitele čelního odporu při numerickém modelování obtékání kruhového válce. Zaměřuje se na stanovení součinitele síly větru pro komín válcového tvaru, který je opláštěný tvarovaným plechem. Proudění kolem komína je řešeno pomocí software Ansys Fluent s využitím DES modelu.

Klíčová slova

Kruhový válec, součinitel čelního odporu, aerodynamická drsnost, CFD, DES model, vysoké Reynolsovo číslo, mezní vrstva, stěnová funkce.

Abstract

The article deals with the influence of a shape of the smokestacks casing on the final load from wind effects. It describes possibilities of defining an equivalent aerodynamic roughness and aerodynamic drag coefficient for numerical modelling of the flow around a circular cylinder. The aim is to solve the force coefficient for a smokestack of a cylindrical shape, which is jacketed with corrugated sheets. The flow around a smokestack is solved in software Ansys Fluent using the DES model.

Keywords

Circular cylinder, drag coefficient, aerodynamic roughness, CFD, DES model, high Reynolds number, boundary layer, wall function.

1 ÚVOD

Zatížení vysokých komínů od účinků větru výraznou mírou ovlivňuje tvar jejich opláštění. Opláštění komína klasickým hladkým netvarovaným plechem je standartním řešením, které s sebou nese určité komplikace. Důvodem je dilatace materiálu, která je problematická zvláště u komínů velkých rozměrů (Obr. 1). Nežádoucím jevům přispívá také kombinace odlišných materiálů nosné skořepiny a vnějšího pláště (ocel × hliník). Z těchto důvodů vzniká často požadavek na opláštění komína plechem tvarovaným. Problém nastává při dimenzování takovéto konstrukce, konkrétně při stanovení součinitele síly větru, nazývaného také součinitele čelního odporu (drag coefficient c_d).

Výpočet podle platné normy EN 1991-1-4 zohledňuje pouze obtékání válce s hrubým povrchem, ale neudává, jakou ekvivalentní drsnost povrchu přiřadit válci s povrchem typu hladké

¹ Ing. Vladimíra Michalcová, Ph.D., VŠB-Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, Katedra stavební mechaniky, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, e-mail: vladimira.michalcova@vsb.cz.

² Ing. Lenka Lausová, Ph.D., VŠB-Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, Katedra stavební mechaniky, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, e-mail: lenka.lausova@vsb.cz.

vlnovky. V případě zohlednění pouze výšky vlny bez ohledu na její tvar podle požadavků normy dochází k vysokému nárůstu součinitele síly větru, často až dvojnásobnému.



Obr.1: Deformace opláštění komína

Cílem práce je pomocí CFD kódů v software Ansys Fluent najít možnosti definování hodnoty součinitele čelního odporu obtékaného komína opláštěného dvěma typy tvarovaných plechů (vlnitý a trapézový). Odporový koeficient je veličina v normě uváděna jako výše zmiňovaný součinitel síly větru.

2 NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ

Problematika obtékání válce s prouděním o vysokých Reynoldsových číslech je složitý jev, jehož řešením se zabývají na mnoha mezinárodních pracovištích, ať již v experimentálním [1, 2, 3, 4] nebo numerickém výzkumu [3-8].

V rámci předkládané práce je simulováno obtékání reálného komína kruhového průřezu o průměru 3,36 m. Opláštění tvoří vlnitý plech SP18/76 firmy Kovové profily (Obr. 2) a trapézový plech SAT158 firmy Satjam (Obr.3). Oba mají výšku vlny 18 mm. Základní rychlost větru se předpokládá 20 m/s. Jedná se o proudění vzduchu s hodnotou Reynoldsova čísla kolem $Re = 4,5 \cdot 10^6$ a je daleko v nadkritické oblasti a proto v mezní vrstvě kolem stěny komína je možno předpokládat plně rozvinutou turbulenci.

2.1 Modelování proudění v blízkosti stěny

V blízkosti stěny se řešené veličiny rychle mění, výrazně se zde uplatňuje přenos hybnosti a skalárních veličin. Turbulence těsně u stěny (ve viskózní podvrstvě a přechodové vrstvě) je potlačena, ve vnější části mezní vrstvy však dochází k výrazné produkci turbulentní kinetické energie v důsledku Reynoldsových napětí a gradientu střední rychlosti. Proudění v blízkosti stěny lze modelovat dvěma způsoby. První z nich definuje stěnovou funkci, pomocí níž se překlene oblast laminární podvrstvy a přechodové vrstvy, tj. oblast mezi stěnou a oblastí plně vyvinutého turbulentního proudění, kde se uplatňuje molekulární i turbulentní viskozita. Druhý způsob řešení spočívá v podrobném modelování v blízkosti stěny (tzv. near-wall modelling) včetně vazké podvrstvy v souvislosti s jemností sítě. Při výpočtu s near-wall modelling se skutečnou geometrií opláštění komína je požadavek na počet buněk ve výpočtové oblasti v současné době zatím nereálný pro řešení na stolních PC.

Řešením zůstává modelování obtékání neprofilovaného válce s výrazně nižším počtem buněk. Vliv skutečného tvaru opláštění nahrazuje využití stěnové funkce, která představuje soubor polo empirických vztahů a funkcí, pomocí nichž lze pro řešenou veličinu přemostit vzdálenost mezi stěnou a buňkou v blízkosti stěny. Stěnová funkce zahrnuje zákon stěny pro střední rychlost i teplotu (zde pouze izotermní děj) a vztahy pro turbulentní veličiny v blízkosti stěny.

Stěnová funkce je určena modifikovaným logaritmickým zákonem:

$$\Delta B = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln f_r \tag{1}$$

kde:

B je aditivní konstanta popisující funkci drsnosti [-],

K von Karmanova konstanta [-] a

 f_r funkce drsnosti ve Fluentu.

Univerzální popis funkce drsnosti f_r pro různé typy nerovností neexistuje, ale je obecně zjištěno, že dobře koreluje s bezrozměrnou veličinou K_S^+ :

$$K_{S}^{+} = \frac{\rho \cdot K_{S} \cdot u^{*}}{\mu}, \qquad (2)$$

kde:

 K_s je výška fyzické drsnosti [m],

 ρ hustota proudícího media [kg·m⁻³],

- u * třecí rychlost [m·s⁻¹] a
- μ dynamická viskozita proudícího média [Pa·s].

Funkci drsnosti obtékaného povrchu s výraznou nerovností lze pak definovat:

$$\Delta B = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln \left(1 + C_s \cdot K_s^+ \right),\tag{3}$$

kde:

 C_s je veličina popisující typ drsnosti [-].

V manuálu Fluent je doporučovaná hodnota 0,5 s možností rozmezí 0,5–1,1.

Do výpočtu s využitím stěnové funkce vstupují v rámci okrajových podmínek uživatelem zadané veličiny C_S a K_S , kterými je definována aerodynamická drsnost ekvivalentní se skutečnou drsností obtékaného tělesa, tady opláštěného komína. Výpočtová síť musí být vytvořena tak, aby hodnota K_S zasahovala maximálně do středu první buňky u stěny. Výpočet je k správnému zadávání okrajových podmínek velice citlivý.

Jelikož hodnoty C_S a K_S pro daný simulovaný děj nejsou známy, je řešení úlohy rozděleno do dvou fází. V první fázi se jedná o stanovení ekvivalentní aerodynamické drsnosti obou profilovaných plechů. Jedná se o stanovení hodnot C_S a K_S na základě vyhodnocených tlakových ztrát a rychlosti proudění v úloze, která umožňuje zpětnou kontrolu s naměřenými hodnotami dohledatelnými v odborné literatuře např. [9].

Ve druhé fázi řešení jsou již definované veličiny C_S a K_S využity pro výpočet součinitele čelního obtékaného válce (komína).

2.2 Stanovení ekvivalentní aerodynamické drsnosti

Úloha je modelována jako turbulentní proudění v drsném potrubí o průměru jeden metr a délce 20 metrů. Geometrie stěn jsou shodné s geometriemi obou vybraných plechů (Obr. 2 a Obr. 3). Jedná se o 2D osově symetrickou úlohu. Výpočtové oblasti jsou dlouhé 20 metrů a z důvodu zajištění ustáleného proudu je každá rozdělena na tři části. Neprofilovaný náběh je jeden metr dlouhý, neprofilovaný doběh tvoří poslední 4 metry oblasti. Sledované střední úseky o délce 15 metrů mají geometrie stěn shodné s geometriemi plechů. Mřížky tvoří cca 160 tisíc tetra buněk. Úlohy jsou řešeny stacionárně pomocí SST k- ω modelu a jejich výsledky jsou verifikovány s literaturou [9].

Úkolem je navrhnout konstanty C_s a K_s , které umožní nahradit skutečnou drsnost obtékaného tělesa stěnovou funkcí. Sledované jsou tlakové ztráty (Obr. 4) v závislosti na axiální rychlosti, na základě kterých je možné hodnoty konstant stanovit. Jak je patrné z obrázků, průběhy sledovaných veličin u vlnitého i trapézového plechu jsou téměř shodné. Z toho vyplývá, že ekvivalentní aerodynamické drsnosti a tudíž hledané konstanty C_s a K_s obou plechů budou stejné.





Obr. 2: Vlnitý plech SP18/76 (rozměry v mm) a proudové pole v jeho okolí



Obr. 3: Trapézový plech SAT158 (rozměry v mm) a proudové pole v jeho okolí

Na základě následných testovacích úloh jsou hledány hodnoty veličin C_s a K_s pro definování aerodynamické drsnosti tak, aby tlakové ztráty při dané rychlosti zůstaly nezměněny. Zájmem je zachovat doporučenou hodnotu pro C_s . Nejlepších výsledků je dosaženo při poměrně malé fyzické výšce drsnosti a hodnoty jsou stanoveny:

- Veličina popisující typ drsnosti: $C_S = 0.5$ [-],
- Hodnota fyzické drsnosti: $K_S = 1,0$ mm.

Kontrola správnosti navržené drsnosti je provedena a potvrzena při následné simulaci. Jedná se o modelování proudu vzduchu v rozměrově shodném potrubí s tím rozdílem, že 15 metrové oblasti profilovaných stěn jsou nahrazeny rovnými stěnami. Drsnost skutečných profilovaných povrchů je nahrazena ekvivalentní aerodynamickou drsností definovanou výše uvedenými konstantami. Pro tento případ je použita mřížka z cca 7 tisíc hexa buněk. Průběhy tlakových ztrát (Obr. 4) jsou shodné jako při modelování skutečné geometrie. Lze tudíž předpokládat, že veličiny C_S a K_S jsou navrženy správně a je možné využit jejich hodnoty ve druhé fázi úkolu - při definování požadovaného součinitele čelního odporu, potřebného pro výpočet účinků větru na zatížení konstrukce.



Obr. 4: Tlakové ztráty v podélné ose potrubí

2.3 Součinitel čelního odporu

Jedná se o 3D úlohu obtékání válce (komína). Modelováno je obtékání 5 m dlouhé části neprofilovaného komína ve výpočtové oblasti o rozměrech $80 \times 30 \times 5$ metrů (Obr. 5). Pro výpočet je vytvořena mřížka o počtu 360 tisíc tetra buněk. První buňky u stěny jsou tvořeny pomocí mezní vrstvy a stanoveny tak, aby výška ekvivalentní aerodynamické drsnosti dosahovala maximálně do poloviny výšky první buňky u stěny. Úloha je řešena nestacionárně s využitím DES modelu.

Za účelem možnosti porovnání výsledků byly provedeny 2 výpočty:

- Výpočet s ekvivalentní aerodynamickou drsností s hodnotou fyzické drsnosti definovanou podle závěrů předešlé kapitoly $K_S = 1,0$ mm,
- Výpočet s aerodynamickou drsností s hodnotou fyzické drsnosti zadanou podle požadavků platné normy, kdy K_S odpovídá výšce vlny, tedy $K_S = 18$ mm.



Obr. 5: Schéma výpočtové oblasti s okrajovými podmínkami

V rámci každého výpočtu byl zvolen časový krok 0,05 sekundy, výpočet simuluje proud po dobu 900 sekund s tím, že středování veličin bylo nastaveno až po 200 sekundě simulovaného děje, kdy je možné považovat proudové pole za ustálené. Výsledný čas proudu při časovém středování veličin představuje asi 175 násobnou výměnu vzduchu ve výpočtové oblasti. V rámci výpočtu proběhlo asi $1,57 \cdot 10^5$ iterací. Okrajové podmínky jsou patrné z obrázku 5, kde turbulence na vstupu do oblasti je zadaná pomocí intenzity (20 %) and délkového měřítka (Length scale = 1 m).

Při výpočtu byly sledovány vírové struktury za obtékaným komínem (Obr. 6) i časový záznam součinitele čelního odporu c_d (Obr. 7). Jeho výsledné střední hodnoty pro $Re = 4,5 \cdot 10^6$ vyhodnocené přímo v Ansys Fluent včetně ekvivalentní normové hodnoty označované $c_{f,0}$ jsou zřetelná z obrázku 8.



Obr. 8: Hodnota součinitele čelního odporu (CFD), resp. součinitel síly větru (EN)

3 ZÁVĚR

Z výsledků práce vyplývá, že pro oba použité plechy, vlnitý (Obr. 2) i trapézový (Obr. 3), vychází součinitel čelního odporu (v literatuře uváděný drag coefficient c_d) shodně (kapitola 2.2). Jeho hodnota stanovená výpočtem s fyzickou drsností odpovídající skutečné výšce vlny ($K_S = 18 \text{ mm}$) je o 13 % nižší, než udává platná norma EN 1991-1-4. Při výpočtu se stanovenou ekvivalentní aerodynamickou drsností ($K_S = 1,0 \text{ mm}$) je hodnota součinitel čelního odporu nižší dokonce o 33 % (Obr. 9).

Výsledky získané pomocí CFD kódů jsou pouze informativní. Ze závěrů lze však s určitostí konstatovat, že výpočet účinků větru na komín opláštěný tvarovaným plechem je v normě nadhodnocen. Pro potvrzení výsledků numerických simulací je nutná verifikace s fyzikálním experimentem nebo detailní numerická simulace s přesnou geometrií obtékaného komína, kterou je možné řešit například v Národním superpočítačovém centru v Ostravě (http://www.it4i.cz/). Toto téma bude předmětem dalšího zkoumání autorek.

PODĚKOVÁNÍ

Příspěvek byl realizován za finančního přispění z prostředků koncepčního rozvoje vědy, výzkumu a inovací pro rok 2015 přidělených VŠB-TU Ostrava Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

LITERATURA

- [1] DOBES, J. & KOZUBKOVA, M. The influence of numerical models on determining the drag coefficient. In *Proceeding of the International Conference on Experimental Fluid Mechanics*. Kutná Hora, Czech Republic, 2013. EPJ Web of Conferences.
- [2] ROSHKO, A. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*. 2006, X. Nr. 1, pp. 345-356. ISSN 0022-1120.
- [3] LAUSOVÁ, L., MATEČKOVÁ, P. & SKOTNICOVÁ, I. Experimental and numerical analysis of sSteel frame structure exposed to high temperature. *Transactions of the VŠB -Technical University of Ostrava: Construction Series* [online]. Warsaw, Poland: Versita, 2014, Vol. 14, Issue 2, pp. 64-68 (5 pp). ISSN 1804-4824 (Online); ISSN 1213-1962 (Print). DOI: 10.2478/tvsb-2014-0022.
- [4] MICHALCOVÁ, V., KUZNĚTSOV, S. & POSPÍŠIL, S. Numerical modelling of air flow attributes in a Contractions chamber. *Transactions of the VŠB - Technical University of Ostrava: Construction Series* [online]. Warsaw, Poland: Versita, 2014, Vol. 14, Issue 2, pp. 11-16 (6 pp). ISSN 1804-4824 (Online); ISSN 1213-1962 (Print). DOI: 10.2478/tvsb-2014-0026.
- [5] CATALANO, P., WANG, M. & IACCARINO, G. Numerical simulation of the flow around a circular cylinder at high Reynolds numbers. *Journal of Heat and Fluid Flow*. 2003, XXIV, pp. 463-469. ISSN 0142-727X.
- [6] BREUER, M. A challenging test case for large eddy simulation: high Reynolds number circular cylinder flow. *Journal of Heat and Fluid Flow*. 2000, XXI. Nr. 1, pp. 648-654. ISSN 0142-727X.
- [7] SQUIRES, K. D., KRISHNAN, V. & FORSYTHE, J. R. Prediction of the flow a circular cylinder at high Reynolds number using detached-eddy simulation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2008, XCVI, pp. 1528-1536. ISSN 0167-6105.
- [8] SHUR, M. L. Unsteady A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities. *Journal of Heat and Fluid Flow.* 2008, XXIX, pp.1638-1649. ISSN 0142-727X.
- [9] KOLÁŘ, V. & VINOPAL, S. *Hydraulika průmyslových armatur*, (Příručka praktických výpočtů. Praha: SNTL, 1963. 650 pp.

Oponentní posudek vypracoval:

Doc. Ing. Oľga Hubová, PhD., Katedra stavebnej mechaniky, Stavebná fakulta, STU v Bratislave. Prof. Ing. Miroš Pirner, DrSc., Oddělení dynamiky a stochastické mechaniky, ÚTAM AV ČR, v. v. i. řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 15

Mária MINÁROVÁ¹, Jozef SUMEC²

APPLICATION OF MORE COMPLEX RHEOLOGICAL MODELS IN CONTINUUM MECHANICS

Abstract

The paper deals with mathematical modeling of the structural materials representing their rheological properties. The materials are modeled by more complex models (enhancement of Voigt and Maxwell models). The constitutive equations are derived; the relationships within the creep and relaxation process are developed. The rheological behavior of the materials is introduced.

Keywords

Rheological models, differential operator form of the constitutive equations, relaxation, creep, retardation and relaxation time intervals, biorheological processes.

1 INTRODUCTION

Rheology studies the stress-strain response in the matters, and especially the rate of its change. We will treat the solid substance rheological properties; derive the relations among stress, strain and their time derivatives, their time integrals and time. [5, 6, 10]

The linear rheological modeling is based on a few elementary models that are assembled in the certain way in the complex that matches the physical situation in real material as much as possible. Then the properties of the entire complex model are compounded from the particular properties of elementary models involved. In the paper we deal with modeling of the rheological properties of the solid matters, where the viscoelasticity belongs.

We will further suppose that:

- investigated body is quasi-homogeneous viscoelastic continuum where each point of the body together with its arbitrary small neighborhood nicely represents the entire body
- the Boltzman criterion of superposition is in valid
- the axioms of constitutive equations phenomenological theory is in operation
- the linear theory of viscoelasticity goes into the consideration under isothermal conditions
- the impenetrability of the matter is warranted

2 ELEMENTARY RHEOLOGICAL MATTERS

The deformation properties will be expressed by the combination of stress – strain relations and their time derivatives of elementary rheological models.

The elastic matter is represented by a spring characterized by its spring constant E. Likewise in the case of a matter showing both elastic and viscous properties. In such a case we combine the

¹ RNDr. Mária Minárová, PhD., Department of Mathematics, Faculty of Civil Engineering, Slovak Technical University Bratislava, Radlinského 11, 81005 Bratislava, Slovak Republic, phone: (+421) 59274236, e-mail: maria.minarova@stuba.sk

² Prof. Ing. RNDr. Jozef Sumec, DrSc., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak Technical University Bratislava, Radlinského 11, 81005 Bratislava, Slovak Republic, phone: (+421) 59274455, e-mail: jozef.sumec@stuba.sk

model of Hook elastic matter (**H**) and Newton viscous liquid (**N**). Accordingly, if we want to incorporate the friction properties in the model, we use the St Venant matter (**StV**). The friction is operated by the threshold friction stress σ_T Until this value not reached, the rheological model is stagnant. Once the stress reaches or exceeds σ_T , the mode actuates with the permanent friction resistance, see Fig. 2.1.

Also the viscous liquid resists the hydrostatic pressure, which causes the volume variation. This fact is evident from the working diagrams of the elementary matters (H) and (N).



Fig. 2.1: Selected elementary rheological matters [10]

Legend:

1. Hook's solid matter (H)

2. St. Venant plastic (pliable) matter (StV)

3. Newton viscous liquid (N)

4. Soft (pliant) matter (VL)5. Indurate matter (SL)

6. One - sided bound (**JV**)

3 RHEOLOGICAL MODELS IN VISCOELASTICITY

In [7] we introduce the Maxwell and Kelvin-Voigt models generated from the two elementary matters (H) and (N). The structural schemes are introduced therein, the mechanism of the constitutive equation is explained and reasoned, the creep test on both models and relaxation test on Maxwell model are performed. The relaxation test is not realizable on Kelvin-Voigt model, as it is impossible to impose the instantaneous deflection. Thus, but it is not the only reason, the enhancing of the models need arises. The enhanced (more than two-element) rheological models are more complex and they simulate real corresponding matters better. [2, 4]

3.1 Classical three-element rheological models

In the following the constitutive equation for selected three element rheological models (see the schemes in the Fig. 3.1) are justified and derived.



Fig. 3.1: Selected three element matters [10]

The structural scheme of the Poynting-Thompson matter (PTh), see Fig.3.1a), is

$$(\mathbf{PTh}) = (\mathbf{H}_1) - [(\mathbf{H}_2)|(\mathbf{N})] = (\mathbf{H}_1) - (\mathbf{K})$$
(3.1)

where (K) is Kelvin model (parallel assemble of (H) and (N), see e.g. [7]

The system of the corresponding sectional constitutive equations is

$$\varepsilon_{N} = \varepsilon_{H_{2}} \qquad \eta \dot{\varepsilon}_{N} = \sigma_{N}$$

$$\sigma_{N} + \sigma_{H_{2}} = \sigma_{H_{1}} = \sigma \qquad E_{1} \varepsilon_{H_{1}} = \sigma_{H_{1}}$$

$$\varepsilon_{H_{1}} + \varepsilon_{H_{2}} = \varepsilon \qquad E_{2} \varepsilon_{H_{2}} = \sigma_{H_{2}}$$
(3.2)

By eliminating of the indexed parameters (stresses and strains) we get a constitutive equation of (**PTh**) model in the form

$$E_1 \eta \dot{\varepsilon} + E_1 E_2 \varepsilon = \eta \dot{\sigma} + (E_1 + E_2) \sigma \tag{3.3}$$

The rheological model in the Fig 3.1b) represents the Zener matter (Z). Its structure can be represented by the scheme

$$(\mathbf{Z}) = (\mathbf{H}_1) | [(\mathbf{H}_2) - (\mathbf{N})] = (\mathbf{H}_1) | (\mathbf{M})$$
(3.4)

where (M) is Maxwell model, see e.g. [7]

Corresponding system of constitutive equations is now of the form

$$\sigma_{N} = \sigma_{H_{2}} \qquad \eta \varepsilon_{N} = \sigma_{N}$$

$$\sigma = \sigma_{N} + \sigma_{H_{1}} \qquad E_{1} \varepsilon_{H_{1}} = \sigma_{H_{1}}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{H_{1}} = \varepsilon_{N} + \varepsilon_{H_{2}} \qquad E_{2} \varepsilon_{H_{2}} = \sigma_{H_{2}}$$
(3.5)

Accordingly, by eliminating of the indexed stress and strain values we get a constitutive equation of $({\bf Z})$ model

$$\eta(E_1 + E_2)\dot{\varepsilon} + E_1 E_2 \varepsilon = \eta \dot{\sigma} + E_2 \sigma \tag{3.6}$$

The third rheological model, see the Fig 3.1c), can be shortened by the structural scheme

$$("3.1c") = (\mathbf{N}_2) - [(\mathbf{H})|(\mathbf{N}_1)] = (\mathbf{N}_2) - (\mathbf{K})$$
(3.7)

Corresponding system of sectional constitutive equations is now of the form

$$\sigma_{H} + \sigma_{N_{1}} = \sigma = \sigma_{N_{2}} \qquad \eta_{1} \dot{\varepsilon}_{N_{1}} = \sigma_{N_{1}}$$

$$\sigma_{H} = \sigma_{N_{2}} \qquad E \varepsilon_{H} = \sigma_{H}$$

$$\varepsilon_{H} + \varepsilon_{N_{2}} = \varepsilon \qquad \eta_{2} \dot{\varepsilon}_{N_{2}} = \sigma_{N_{2}}$$

$$\varepsilon_{H} = \varepsilon_{N_{1}}$$

$$\varepsilon_{N_{1}} + \varepsilon_{N_{2}} = \varepsilon$$

$$(3.8)$$

By eliminating of the indexed stress and strain values we get a constitutive equation of ("3.1c"):

$$\eta_1 \eta_2 \ddot{\varepsilon} + E(\eta_1 + \eta_2) \dot{\varepsilon} = E\sigma + \eta_2 \dot{\sigma}$$
(3.9)

The 4th model, that one in the Fig 3.1d), is represented by the structural scheme

$$("3.1d") = (\mathbf{N}_1) | [(\mathbf{H}) - (\mathbf{N}_2)] = (\mathbf{N}_1) | (\mathbf{M})$$
(3.10)

Corresponding system of sectional constitutive equations is now of the form

$$\sigma = \sigma_{N_1} + \sigma_H + \sigma_{N_2} \qquad \eta_1 \dot{\varepsilon}_{N_1} = \sigma_{N_1}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{N_1} = \varepsilon_{N_2} + \varepsilon_H \qquad \eta_2 \dot{\varepsilon}_{N_2} = \sigma_{N_2}$$

$$\sigma_{N_2} = \sigma_H \qquad E\varepsilon_H = \sigma_H$$
(3.11)

By eliminating of the indexed stress and strain values we get a constitutive equation of ("3.1d") model

$$\eta_1 \eta_2 \ddot{\varepsilon} + E \eta_2 \dot{\varepsilon} = E \sigma + (\eta_1 + \eta_2) \dot{\sigma}$$
(3.12)

The 3rd and 4th models depicted on the Fig. 3.1 c) and d) are represented by equations, cumbersome for mathematical treatment, though they do not simulate the matters better; hence it is optimal to use (**PTh**) and (**Z**). Both are formally of the same type and the corresponding $\sigma \sim \varepsilon$ relation can be expressed in the form

$$En\dot{\varepsilon} + H\varepsilon = n\dot{\sigma} + \sigma \tag{3.13}$$

where for (**PTh**), see Fig. 3.1 a), we take:

$$E = E_1, \ H = E_1 E_2 / (E_1 + E_2), \ n = \eta / (E_1 + E_2)$$
(3.14)

and for (Z), see Fig. 3.1 b):

$$E = E_1 + E_2, \ H = E_1, \ n = \eta / E_2 \tag{3.15}$$

In the relations (3.14) and (3.15) the variables *E* and *H* have their physical meaning: *E* represents the value of the immediate modulus and *H* is a long-lasting modulus. From the equation (3.13) can be seen that if the deformation rate and stress rate are relatively small in comparison to the deformation and stress magnitude, i.e. $|\dot{\varepsilon}| << |\varepsilon|$ and $|\dot{\sigma}| << |\sigma|$ then $\dot{\varepsilon}$ and $\dot{\sigma}$ can be neglected then, and, in such a case we come back to the classical Hook law $\sigma = E_{\varepsilon}$. In the case $|\dot{\varepsilon}| >> |\varepsilon|$ and $|\dot{\sigma}| >> |\sigma|$ we get a modification of the Hook law (*E* being an instantaneous elastic modulus.)

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon} \,, \tag{3.16}$$

Once we append the initial conditions for t = 0: $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$, $\sigma(0) = \sigma_0$ alternatively to the equation (3.13), we can resolve it and find the exact solution of the arisen governing initial problem. Moreover, when the common initial conditions taken to the account for the matter, i.e. $\varepsilon_{0N} = 0$ for viscous element, for (**PTh**), see Fig. 3.1a) reads

$$\varepsilon_N = \varepsilon_{H_2} = \varepsilon - \varepsilon_{H_1} = \varepsilon - \frac{\sigma_{H_1}}{E_1} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_1} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E}$$
(3.17)

If $\varepsilon_N = 0$ we get the simple relation $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, and for initial time $t_0 = 0$ we acquire $\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$.

Hereinafter, regarding the Fig.3.1b) we obtain

$$\varepsilon_{N} = \varepsilon - \frac{\sigma_{H_{2}}}{E_{2}} = \varepsilon - \frac{\sigma - \sigma_{H_{1}}}{E_{1}} = \varepsilon \frac{E_{1} + E_{2}}{E_{2}} - \frac{\sigma}{E_{2}}$$
(3.18)

Furthermore, if $\varepsilon_N = 0$ then in the time instant $t = t_0$ it is valid $\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$

Considering the usual initial conditions for the material satisfying the constitutive equation (3.13), it is evident that deformation obeys the Hook law for instantaneous elastic modulus.

<u>Creep test 1</u> (constant stress exposition): We are questing after the response of the rheological model in the case when we exposed it to the constant stress ($\sigma = const$). Let us recall, that the corresponding constitutive equation of the model is still given by (3.13). By solving of this equation with regard to the function $\mathcal{E}(t)$ we get the deformation dependence on stress

$$\varepsilon(t) = Ce^{\frac{Ht}{En}} + \frac{\sigma}{H}$$
(3.19)

Onward, involving the initial condition

$$\varepsilon(0) = \frac{\sigma}{E} \tag{3.20}$$
122

we get the precised solution ($\mathcal{E} \sim \sigma$ relationship)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{H} + \sigma \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H}\right) e^{-\frac{Ht}{En}}$$
(3.21)

The expression in the round brackets in (3.21) is negative due to E > H. A graphical representation of the (3.21) is performed on the Fig.3.2.



Fig. 3.2: Creep in time of the (**PTh**) and (**Z**) matters for the constant value of stress (above) with σ/E immediate deformation and σ/H long-lasting deformation magnitude highlighted

The initial deformation magnitudes (**PTh**) and (**Z**) matters are equal to the magnitude of the elastic deformation $\frac{\sigma}{E}$.

<u>Creep test 2</u> (step function of stress rheological model exposition): Imposing the constant stress to (**PTh**) or (**Z**) within the time period $\langle 0, t_0 \rangle$ raises the entire deformation (let us denote it \mathcal{E}_0). Due to ceasing the load suddenly afterwards (in the instant $t_0, \sigma = 0$), the equation (3.19) within an interval $\langle t_0, t_1 \rangle, t_1 > t_0$ will acquire the form

$$\varepsilon(t) = Ce^{\frac{-Ht}{En}} \tag{3.22}$$

But the "initial value" \mathcal{E}_0 cannot be considered to be an initial condition after the unloading the model straightly, because due to sudden drop of the stress ($\sigma = 0$) in the instant t_0 , the deformation \mathcal{E}_0 happens down to the value

$$\varepsilon(t_0^+) = \varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{E}$$
(3.23)

where in disburdening time $t = t_0$ the deformation was ε_0 and the stress σ_0 . The superscript + over the t_0 signalizes that it the discontinuity in that point should be better described by the limits. Within the interval $\langle t_0, t_1 \rangle, t_1 > t_0$ the graph will continuously descend approaching to zero. By

$$\varepsilon(t \ge t_0^+) = \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{E}\right) e^{-\frac{H(t-t_0)}{En}}$$
(3.24)

Now, we can collect and depict (3.21) and (3.24) in one graph, see Fig. 3.3.

substituting (3.23) as the constant of integration to (3.22) we get



Fig. 3.3: Creep in time of the (**PTh**) and (**Z**) matters with stress function being piecewise constant

3.2. Differential-operator form of the constitutive equations for complex rheological models

As performed above, the more complex rheological models are too laborious as soon as the constitutive equations concerns. For the sake of better convenience and clarity it is worthwhile to establish of the algebraic rearrangement symbolical method applied to the differential operators:

$$D^{i}(\bullet) \equiv \frac{d^{i}(\bullet)}{dt^{i}}, \quad \frac{d^{k}(\bullet)}{dt^{k}} \equiv \frac{d}{dt} \left(\frac{d^{k-1}(\bullet)}{dt^{k-1}} \right)$$
(3.25)

Herein, (•) represents a differentiable function up to the required order. $\sigma \sim \mathcal{E}$ relation involving symbol D represents the stiffness operator of the model. The stiffness operator can be completed by the all elements regarded as elastic, whereas the coefficient of "elasticity" of the viscous element is the operator ηD .

For the (**PTh**) model, see Fig. 3.1a), the entire stiffness operator of the network involving the parallelly connected elastic and viscous element will be

$$E_2 + \eta D = E' \tag{3.26}$$

Then the entire stiffness of the model is obtained from the relation

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{E'} + \frac{1}{E_1}$$
(3.27)

which yields

$$\frac{1}{E} = \frac{E_1 + E'}{E_1 E'} \Longrightarrow E = \frac{(E_2 + \eta D)E_1}{E_1 + E_2 + \eta D} = E(D) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon(t)}$$
(3.28)

or

$$(E_1 + E_2 + \eta D)\sigma(t) = (E_1 E_2 + E_1 \eta D)\varepsilon(t)$$
(3.29)

and after rearranging

$$E_1 \eta \dot{\varepsilon} + E_1 E_2 \varepsilon = (E_1 + E_2) \sigma + \eta \dot{\sigma}$$
(3.30)

It is can be seen that the equation (3.29) corresponds with the equation (3.3). For general rheological model involving elastic and viscous elements we can express the relative stiffness of the model in the shape of a rational function of the symbol D. [10, 3]

$$E(D) = \frac{\hat{A}(D)\varepsilon}{\hat{B}(D)\sigma} = \frac{A_0 + A_1D + \ldots + A_iD^i}{B_0 + B_1D + \ldots + B_kD^k} = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)}$$
(3.31)

where A_l and B_m , (l = 1,...,i; m = 0,...,k) are the constant coefficients. Equation (3.31) is equivalent with an ordinary differential equation

$$A_{0}\varepsilon + A_{1}\dot{\varepsilon} + \dots + A_{k}\varepsilon^{(i)} = B_{0}\sigma + B_{1}\sigma + \dots + B_{k}\sigma^{(k)}$$
(3.32)

In general, the order of the differential equation of the (3.32) type depends on the number of viscous elements. But on the other hand this order can be reduced due to the viscous elements ordering. Though the two viscous elements are connected in parallel or serially, see Fig.3.4, we treat them as just one element; likewise even when an elastic element is located between them. [9, 10]



Fig. 3.4: Viscous elements ordering within a rheological model that can be formally treated as one element

This facility follows from the coequality of the deformation rates in the case of parallel connection, and in the case of serial connection the stresses and their rates will be the same. It means - if the viscous elements will be connected parallelly, then [1, 8]

$$\eta = \sum \eta_i \tag{3.33}$$

and for serial connection of several viscous elements

$$\eta^{-1} = \sum_{i} \eta_{i}^{-1} \tag{3.34}$$

As we look over the equation (3.31) we can claim that

- during the long-lasting constant load the mechanical properties of the system described by the corresponding rheological model stabilize $(\dot{\varepsilon} \rightarrow 0, \dot{\sigma} \rightarrow 0)$ and the relative stiffness converges to the long-term elastic modulus E(0)

$$E(D=0) = \frac{A_0}{B_0} = H \tag{3.35}$$

- when the instantaneous elastic modulus equals to zero, then the rheological model describing the mechanical properties of the material, is unusable.
- if i = k, then the instantaneous elastic modulus is finite. If i > k then the elastic modulus raises out beyond all limits
- if the long-term elastic modulus equals to zero then if $\sigma = \text{const}$ acts sufficiently long to the construction, the deformations of an arbitrary magnitude can occur
- if the long-term elastic modulus $H \rightarrow \infty$, then the fully stiff construction goes into the consideration; which does not correspond to the reality, so it has to be $B_0 > 0$.
- when $\sigma \equiv 0$ then the solution to the homogeneous differential equation (3.32) can be expected in the form

$$\varepsilon(t) = \sum_{j=1}^{i} C_j e^{\lambda_j t}$$
(3.36)

where λ_i are the roots of the characteristic equation

$$\sum_{j=1}^{l} A_j \lambda^j = E(\lambda) = 0$$
(3.37)

Since for $\lambda > 0$, the function $E(\lambda)$ is increasing and $E(0) \ge 0$. Hence, the roots of the (3.37) are negative, so the solution to the equation (3.36) is represented by the finite sum of decreasing exponential functions. The values $\left\{-\lambda_j^{-1}\right\}_{j=1}^i$ will determine the retardation time intervals. The

retardation times values are collected in the set called the spectrum of the retardation times. For $\varepsilon \equiv 0$ we attempt likewise. The general solution to the equation (3.32) for the unknown function $\sigma = \sigma(t)$ will be of the form

$$\sigma(t) = \sum_{j=1}^{k} C_j e^{\mu_j t}$$
(3.38)

where μ_i are the roots of the characteristic equation

$$\sum_{j=1}^{l} B_{j} \mu^{j} = E(\mu) = 0$$
(3.39)

If μ_i runs from 0 to ∞ , then the function $E^{-1}(\mu)$ descends. It is valid

$$E^{-1}(\mu) = \langle \begin{array}{cc} > 0 & \text{for } \mu = 0\\ \leq 0 & \text{for } \mu \to \infty \end{array}$$
(3.40)

The values of μ_j are called relaxation times and the sequence $\{-1/\mu_j\}_{j=1}^k$ is called the spectrum of the relaxation.

Example: Let us take a complex rheological model consisting of k (k = 5 in this example), elsewhere an arbitrary finite number) of parallelly connected basic Maxwell models, see Fig. 3.5.



Fig. 3.5: Complex Maxwell model

The particular relaxation times are $n_i = \eta_i / E_i$. While solving the task we will apply the symbolic method for algebraic operations with differential operator *D*. Particular constitutive equation written for the *i*th Maxwell model can be expressed as follows:

$$\eta_i \dot{\varepsilon} = \sigma_i + n_i \dot{\sigma} \qquad (i = 1, 2, ..., k)$$

$$\sigma = \sum_{i=1}^k \sigma_i \qquad (3.41)$$

where n_i is a relaxation time of i^{th} particular model and the resultant stress is given by the sum of stress of particular models.

Hence, the relative stiffness for i^{th} will be

$$E_i(D) = \frac{\sigma_i}{\varepsilon} = \frac{\eta_i D}{1 + n_i D}$$
(3.42)

The lumping relative stiffness of the rheological model will be yielded from the relation

$$E(D) = \sum_{i=1}^{k} E_i(D) = \frac{\sigma}{\varepsilon} = D \sum_{i=1}^{k} \frac{\eta_i}{1 + n_i D}$$
(3.43)

Spectrum of the relaxation times can be completed by solving the equation

$$E(\mu) = \infty \Longrightarrow \sum_{i=1}^{k} \frac{\eta_i}{1 + n_i \mu} = \infty$$
(3.44)

and

$$\mu_i = -\frac{1}{n_i} \qquad (i \approx 1, 2, ..., k) \tag{3.45}$$

In other words, the relaxation times spectrum $-\frac{1}{\mu_i}$ of analyzed model is a sequence of

relaxation times n_i of all particular Maxwell models involved the investigated system.

While seeking the spectrum of retardation times we will start from the condition

$$E(\lambda) = 0 \Longrightarrow \sum_{i=1}^{k} \frac{\eta_i}{1 + n_i \lambda} = 0$$
(3.46)

 $E(\lambda)$ is a decreasing function with a discontinuity of the second type in the points for $\lambda_i = -\frac{1}{n}$ (i = 1, 2, ..., k).

Among the values λ_i , (i = 1, 2, ..., k) there are the roots of the equation (3.46), where the last value of the root k corresponds to the zero value of time retardation.

4 RHEOLOGY IN BIOMECHANICS

The human body consists of viscoelastic solid materials (bones, muscles, cartilages, ligaments, tendons, skin, etc. – mechanical behavior of all of them is dependent on the history of deformation) and over 75% of rheological liquids (circulating blood, urine, gas content of the lungs, etc.). The viscoelastic properties behavior of human body components provides the protection of the body from injuries.

It is interesting to observe e.g. the creep of skin while exposed to the stepped stress, especially after sudden unload the skin – due to changing of the viscous and elastic properties ratio, the rate of re-getting its original form strongly depends on the age of the one. As an example of the relaxation the tendon or muscles can be taken. As they are stretched gradually, without overloading, they relax in time and permanent exercising makes them more stretchy and flexible. The synovial liquids can be mentioned, acting as dashpot alleviating the hits outcome. The most focused liquid of the human body nowadays, and maybe even ever, is blood. Rheological behavior of the blood is caused by several factors. As mentioned in the chapters above, the viscosity of blood, which varies between 1 and 6 mPa.s, [11], plays the essential role in its rheological behavior. Among the blood viscosity influencing factors we can mention the easy deformability of red blood corpuscles, haematocrit, temperature, osmotic pressure difference on the both sides of the membrane of the cell, shear velocity affecting the erythrocytes clustering, etc.

Shear deformation of the red blood cells depends on the ratio of the intrinsic liquid viscosity and the viscosity of the outer ambient. Within the higher velocity range of the blood flow it was observed the significant decrease of the blood viscosity. This is caused by the profile deformation of the erythrocytes to the shape of lengthwise stretched ellipsoids, whereas the membrane of the red blood cell is rotating around the inner content of the cell. This phenomenon was observed at the shear stress magnitude over 0.5 Pa. [11]

5 CONCLUSION

The paper deals with the continuation of the previous research of the authors. It performs and elaborates the enhancements of the two – elements models described therein. The reason for the enhancement the two – elements models is further better possibility to model real material, especially biomaterials. The constitutive equations for the entire particular complex model are derived by using the constitutive equations of elementary models involving the geometrical relations arising from the configuration of compositions. The explicit stress – strain and strain – stress relations are performed, appropriate initial conditions involved. For the sake of better mathematical expressing convenience the differential operator forms are used.

Creep and relaxation tests are introduced; the mathematical treatment is described, the appropriated mathematical and graphical representations are included.

The last chapter of the paper is devoted to the examples of usage of the models in biomechanics, especially in biorheology.

ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by the grant APVV-0184-10.

LITERATURE

- [1] BLAND, D. R.: *Theory of Linear Viscoelasticity*. Oxford: Pergamon Press 1960.
- [2] CHRISTENSEN, R. M.: *Theory of Viscoelasticity*. An Introduction. N.Y. London Academic Press, 1971.
- [3] DADALAN, A., HAFLA, A.: *Numerical Analysis of Relaxation Test Based on Prony Series Material Model.* Simtech University of Stuttgart, 2010.
- [4] DILL, E. H.: *Continuum Mechanics, Elasticity, Plasticity, Viscoelasticity.* Boca Raton, London, New York: CRC Press, Taylor& Francis Group 2007. ISBN 0-8493-9779-0.
- [5] MASE, G. T., SMELSER, R. E., MASE, G. E.: *Continuum Mechanics for Engineers*. 3rd. Part, Boca Baton, London, New York: CRC Press LLC, 2010. ISBN 978-1-4200-8538-9.
- [6] MAXWELL, J. C.,: On the dynamical theory of Gasses. Phil. Trans. Roy. Soc. A157, London 1857.
- [7] MINÁROVÁ, M.: Mathematical Modeling of Phenomenological Material Properties Differential Operator Forms of Constitutive Equations, *Slovak Journal of Civil Engineering*. Vol. 22, 2014, no. 4, 19-24, ISSN 1210-3896.
- [8] NOWACKI, W.: *Theory of Creep*. Publishing House Arcady, Warsaw, 1963.
- [9] RABOTNOV, N. J.: Creep of Structural Elements. Moscow, Nauka 1966 (in Russian).
- [10] SOBOTKA, Z. Reologie hmot a konstrukcí. Praha, Academia publishing house 1981.
- [11] VALENTA, J.: Biomechanics. Academia, Prague, 1985 (in Czech).

Reviewers:

Prof. Ing. Josef Jíra, CSc., Department of Mechanics and Materials, Faculty of Transportation Sciences, Czech Technical University in Prague, Czech Republic.

Doc. Ing. Eva Kormaníková, PhD., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Technical University of Košice, Slovakia.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 16

Milan MORAVČÍK¹, Martin MORAVČÍK²

TRACK DYNAMIC RESPONSE AT LOW FREQUENCIES – DOMINANT FREQUENCIES

Abstract

The paper is devoted dynamic effects in the track structure - the quasi-static excitation due to moving load, as the important source for the response of track components in the low frequency area (0 Hz < f < 40 Hz). The low-frequency track (the rail) response is associated with periodicity of wheel sets, bogies, and carriages of passage trains, The periodicity of track loading is determined by so called dominant frequencies $f_{(d)}$ at a position x of the track.

Keywords

The quasi-static excitation, moving load, the low-frequency response, the influence factor, dominant frequencies.

1 INTRODUCTION

Dynamic phenomena in a track structure are associated with the operating conditions and are in the direct relation with the vehicle-track dynamic interaction. In concentrating on the track structure the dynamic effects may be divided into two groups:

1. The vibration of railway track structures itself – the vibration of rails, sleepers, the ballast layer, and the embankment.

2. The wave propagation which can cause vibrations in the surrounding of the track and to produce vibrations to adjacent structures and a radiated noise.

The track response is practically accounts in the low-frequency range (0 Hz \leq f \leq 40 Hz), the medium- frequency range (40 Hz \leq f \leq 400 Hz), and the high- frequency range (f \geq 400 Hz). Each frequency range has its characteristic frequencies that influence the dynamic behaviour of the track. All railway track structures (bridges, tunnels) as a track structure as will respond to any form of loading they are exposed to.

Many different theoretical analytical and numerical models are available to simulate the dynamic behaviour of railway tracks to moving trains [4]. The track response due to the moving load is usually focused on the vertical track deflection w(x,t) (the track components - the rail, sleepers, the ballast bed, the embankment and vibration the near track field), or on the vertical track velocity w'(x,t), and the acceleration w''(x,t) of these components. Vibration characteristics vary greatly between a passenger train, a freight train, locomotives, and high speed trains, which yield frequencies of excitation to a broad spectrum. The next main track excitation mechanisms are distinguished as:

The quasi-static excitation due to the moving axle load.

The dynamic excitation due to track irregularities and wheel out of roundness.

¹ Milan Moravčík, Prof., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, Slovakia, e-mail: mimo@fstav.uniza.sk.

² Martin Moravčík, Doc., Department of Structures and Bridges, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, Slovakia, e-mail: martin.moravcik@fstav.uniza.sk.

This paper is devoted the first group dynamic effects - the quasi-static excitation as the important source for the response of track components in the low frequency area (0 Hz < f < 40 Hz). The low-frequent behaviour of tracks is affected by the substructure, see Fig. 1, and with the periodicity of wheel sets and requires a specific access of solution, see Fig. 2.



Fig. 1: Ballasted track on soils

The criterions on low-frequency behaviour are either the human perception of discomfort and structural damage of the track due to vibrations. The periodicity of track loading is determined by so called dominant frequencies $f_{(d)}$ at a monitored position x of the track.



Fig. 2: The measured track deflection w(x,t) due to the passage of the IC train (L350+8W), $c_T=32.2 \text{ m/s}$

To analyse vibration levels for those repeated load, it is important to create a theoretical excitation model taking into account a periodicity of track loading - the travelling a sequence wheel loads $P_{w,j}(c_T, x)$. Such model should be general validity into broader sense of word – for the track on soils, in tunnels, or on bridges, see Fig. 3.



Fig. 3: Ballasted tracks on soils, a bridge, and in a tunnel.

This paper is devoted the first group dynamic effects – the simulation of the track structure vibration due to a moving loading depending on the spacing of the wheel axles, the axle weights and the speed trains. The numerical analyses are applied to provide a right picture on the track vibration and they are compared with experimental results.

2 LINEAR ANALYSIS

For a plain track-foundation model – the Euler-Bernoulli elastic beam laying on the Winkler foundation defined by its stiffness κ [kN/m²] per the unit of length (including railpads, ballast, and subgrade), Fig. 4, what is described in detail in numerous literature [4, 6]. This approach is satisfactory for a low-frequency excitation up to 100 Hz. This statement has been confirmed in comparing this theoretical approaches to the FEM model and experimental results.



Fig. 4: The single layer track model - Winkler beam on elastic foundation

The vertical track (rail) deflection w(x,t), at the position x and time t, due to a single axle load or a wheel load $P_w(c_T, x)$ that moves with a speed c_T is governed by the partial differential equation:

$$EI_{r}\frac{\partial^{4}w(x,t)}{\partial x^{4}} + m_{1}\frac{\partial^{2}w(x,t)}{\partial t^{2}} + \kappa w(x,t) = P_{w}.\delta(x-c_{T})$$
(1)

where: EI_r [kNm²] is the flexural rigidity of the rail, for the UIC rail $EI_r = 6.415 \cdot 10^3$ kNm²,

 κ [kN/m²] is the track modulus – subgrade stiffness per unit length,

 m_1 [t/m] is the rail mass per unit length.

For a low-frequency excitation neglecting damping (up to 100 Hz) – the quasi-static behaviour of the track is governed by the ordinary differential equation [4]:

$$EI_{r}\frac{d^{4}w(\xi)}{d\xi^{4}} + \kappa w(\xi) = P_{w}.\delta(\mathbf{x} - \mathbf{c}_{T}\,\xi)$$
⁽²⁾

where: $w(\xi)$ is the quasi-static track deflection described in the moving frame of reference $(w(\xi),\xi)$, see Fig. 5, $\xi = x - c_T t$ is the moving coordinate, $\delta(x - c_T \xi)$ is Dirac delta function.



Fig. 5: The quasi-static track deflection w(x,t) due to a single wheel load $P_w(t)$ that moves with the speed c_T

The solution of Eq. (2) can be written as

$$w(\xi = \mathbf{c}_T \mathbf{t}) = \frac{P_w}{8.EI_r \beta^3} e^{-\beta |c_T t|} \left(\cos\beta |c_T t| + \sin\beta |c_T t|\right)$$
(3)

Where: $\beta = \sqrt[4]{\frac{\kappa}{4EI_r}}$ representing a ratio of flexibility between the foundation and the rail, $A_1 = \frac{P_w}{8EI_r\beta^3} = \frac{P_w}{8.6415, 5.\beta^3} = \frac{P_w}{51320.\beta^3}$ is the amplitude of the track deflection (for the UIC rail, $EI_r = 6415$ [kNm²]),

 κ [kN/m²] is the track modulus – the subgrade stiffness per unit length.

The track modulus κ [kN/m²] represents the overall stiffness of the rail foundation (fasteners, railpads ballast, and subgrade) for the Winkler elastic beam model. The relationship between $\kappa \Leftrightarrow k$ is as follows [4]:

$$\kappa = \frac{k^{4/3}}{(64EI_r)^{1/3}} \tag{4}$$

In order to examine the effect of the variable track stiffness conditions the parametric study was created, considering the four subgrade stiffness levels for κ [kN/m²], see Tab. 1.

Track type	Support Stiffnes s	Vertical Track Stiffness $\kappa [\mathrm{kN/m^2}]$	Characteristics $\beta [\mathrm{m}^{-1}]$
A	Low	11 700 ÷ 23 400	0.8203 ÷ 0.9772
В	Medium	23 400 ÷ 46 800	0.9772 ÷ 1.1601
С	Medium	46 800 ÷ 87 700	1.1601 ÷ 1.3565
D	High	87 700 ÷ 117 000	1.3565 ÷ 1.4587

Tab. 1: Track stiffness levels for the parametric study of the track response.

3 LOAD DISTRIBUTION DUE TO A TRAIN PASSAGE USING A SEQUENCE OF CONSTANT AXLE LOAD

To predict the railway track vibration $W_{(T)}(x,t)$ in a place x of the track due to the passage of a complete train (N_c carriages), the moving train load can be estimated as a series of point loads P_w at different locations and different instances of time. Apply such loading series on the track deflection $w_{(T)}(x,t)$ imagines the number of similar events with certain delay times T_j – the passage of car wheels P_w monitored position x, see Fig. 6.

$$w_{(T,N_c)}(x,t) = \sum_{j=1}^{N_c} w_{(P_w)}(t-T_j)$$
(5)

Where: $w_{(P_w)}(t-T_j)$ is the vertical track displacement from a *j*-th single wheel P_w due to the moving at speed C_T .

This situation can be described by means the Dirac delta function $\delta(t-T_j)$. The effect of a single wheel P_w on the track displacement is as follows:

$$w_{(P_w)}(x,t) = w_{(P_w)}(\xi = 0 + c_T t)\delta(t - T_j) = w_{(P_w)}(c_T t)\delta(t - T_j)$$
(6)

where: $w_{(P_w)}(\xi = 0 + c_T t) = w_{(P_w)}(c_T t)$ is the vertical track displacement with certain delay time T_j ,

 $T_j = \frac{x_j}{c_T}$ with x_j the position of the impulse load, $\delta(t - T_j)$ is the Dirac function for the position of the impulse loading on the track.

Then the travelling of an impulse sequence in time domain $\sum_{j \in N_c} \delta(t - T_j)$ modelling the wheel loads in the track constitute a simple loading model to give the track response $w_{(T)}(x,t)$.



Application of the above consideration due to the train with N_c identical carriages and with N_w wheels in the each carriage is demonstrate in Fig. 7.

3.1 Spectral composition of a sequence of axle loads

If every moving wheel load P_w generates the same vertical displacement response $w_{(P_w)}\delta(t-T_j)$, the total track response $w_{(T)}(x,t)$ due to the train passage with N_c identical carriages and with N_w wheels in the each carriage, see Fig. 7, (accounting the invariance of the geometry in the direction of the track) is given by the superposition:

$$w_{(T,N_c)}(t) = \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{k=1}^{N_w} w_{(P_w)} \left[\delta(t - T_k - jT_c) \right]$$
(7)

Where: N_w is the number of wheels of the identical carriage, N_c is the number of carriages.



Fig. 7: The IC train with N_c identical IC carriages and with N_w wheels in the each carriage

The Fourier transform (F.T.) of Eq. (7) is:

$$F.T.\{w_{(T)}(x,t)\} \equiv \tilde{w}_{(T)}(if) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{k=1}^{N_w} w_{(P_w)}(t) \left[\delta(t-T_k-jT_c)\right] e^{-i2\pi f \cdot t} dt$$
(8)

or as the convolution in time:

$$\tilde{w}_{(T)}(if) = F.T.\left\{w_{(P_w)}(t) * \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{k=1}^{N_w} \delta(t - T_k - jT_c)\right\}$$
(8a)

Eq. (8) can be arranged [2] as:

$$\tilde{\mathbf{w}}_{(T,N_c)}(if) = \tilde{\mathbf{w}}_{(P_w)}(if) \left((1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_u}{c_T})})(1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_b}{c_T})}) \left(1 + \sum_{j=1}^{N_c} e^{-i2\pi f(j,\frac{L_c}{c_T})} \right) \right)$$
(9)

Eq. (9) can be written in short form

$$\tilde{w}_{(T,N_c)}(if) = \tilde{w}_{(P_w)}(if)\,\tilde{W}_{(T,N_c)}(if) \tag{10}$$

Where: $\tilde{w}_{(P_w)}(if)$ is again the Fourier Transform of the vertical track displacement $w_{(P_w)}(t-T_k)$ due to the single wheel P_w at the position T_k .

$$\tilde{W}_{(T)}(if) = \left((1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_a}{c_T})})(1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_b}{c_T})}) \left(1 + \sum_{j=1}^{N_c} e^{-i2\pi f(j, \frac{L_c}{c_T})} \right) \right)$$
(11)

In Eq. (11) is applied the time shifting rules [1]:

$$w_{(P_w)}(t-T_k) \Leftrightarrow \tilde{w}_{(P_w)}(if) e^{i2\pi f \cdot T_k}$$
(12)

The function $\tilde{w}_{P_w}(if)$ has a character shape asymptotic approaching to zero for $f \to \infty$, see Fig. 8.

The function $\tilde{W}_{(T)}(if)$ characterizes the loading of the wheel sequence due to the passage of the train with N_c carriages. From the Eq. (11) is derived so called *the influence factor* $R_{(T,N_c)}(f)$ expressing the effect of number N_c carriages on the track response $w_{(T)}(t)$ in the frequency domain:

$$R_{(T,N_c)}(f) = \left| \tilde{W}_{(T)}(if) \right|$$
(13)

The sum of finite number of phasors in Eq. (11) is the exponential series with a quotient q and after the solution and the modification [6], the sum of phasors (application of Euler relations) gives:

$$\sum_{j=1}^{N_c} e^{-i2\pi f.j.(\frac{L_c}{c_T})} = e^{-i2\pi f\left(\frac{N_c-1}{2}\right)(\frac{L_c}{c_T})} \frac{\sin\left(2\pi f.N_c\left(\frac{L_c}{2c_T}\right)\right)}{\sin\left(2\pi f\left(\frac{L_c}{2c_T}\right)\right)}$$
(14)

The function $\tilde{W}_{(T)}(if)$, Eq. (11), after exploitation of Eq. (14) and the arrangement gives:

$$\tilde{W}_{(T)}(if) = (1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_a}{c_T})})(1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_b}{c_T})}) \left(1 + e^{-i2\pi f(\frac{N_c - 1}{2})(\frac{L_c}{c_T})} \frac{\sin\left(2\pi f \cdot N_c(\frac{L_c}{2c_T})\right)}{\sin\left(2\pi f(\frac{L_c}{2c_T})\right)}\right)$$
(15)

and the corresponding influence factor $R_{(T,N_c)}(f)$ for N_c carriages is defined in the since of Eq. (13) as

$$R_{(T,N_c)}(f) = \left| (1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_a}{c_T})})(1 + e^{-i2\pi f(\frac{L_b}{c_T})}) \left(1 + e^{-i2\pi f(\frac{N_c-1}{2})(\frac{L_c}{c_T})} \frac{\sin\left(2\pi f.N_c(\frac{L_c}{2c_T})\right)}{\sin\left(2\pi f(\frac{L_c}{2c_T})\right)} \right) \right|$$
(16)

3.2 Single moving wheel effect in frequency domain

The effect of a single moving wheel on the track structure can be represented in the time domain with the Eq. (3). In the frequency domain this effect is described by the Fourier transform:

$$F.T.\left\{w_{(P_w)}(\xi = c_T t)\right\} \equiv \tilde{w}_{(P_w)}(if) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{(P_w)}(\xi) e^{-i2\pi f \cdot t} dt =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P_w \cdot \beta}{2\kappa} e^{-\beta|ct|} \left(\cos\beta \left|c_T t\right| + \sin\beta \left|c_T t\right|\right) \cdot e^{-i2\pi f t} dt$$
(17)

The amplitude spectrum of the quasi-static vertical deflection $w_{(P_w)}(\xi = c_T t)$ of the track due the single wheel P_w is defined as

$$S_{w(P_w)}(f) = \left| \tilde{w}_{(P_w)}(if) \right| \tag{18}$$

The amplitude spectrum $S_{w(P_w)}(f)$ has a character shape asymptotic approaching to zero for $f \to \infty$, see Fig. 8. The amplitude spectrum $S_{w(P_w)}(f)$ for higher train speeds shifts frequency content to higher frequencies. The amplitude spectrum $S_{w(P_w)}(f)$ bounds the total spectrum $S_{w(T)}(f)$ for passage of the train with N_c IC carriages (Chapter 3.1.2).



Fig. 8: The amplitude spectrum $S_{w(P_w)}(f)$ of the quasi-static vertical deflection $W_{P_w}(\xi = c_T t)$ of the track under the single wheel $P_w = 66$ kN, the track stiffness C, $\kappa = 87700$ kN/m², $\beta = 1.3565$, (Tab.1), and for the speeds $c_T = 12.2 \div 83.3$ m/s

3.3 Passage of the train with Nc carriages

If every moving wheel load P_w generates the same vertical response $w_{(P_w)}\delta(t-T_j)$, the total track response $w_{(T,N_c)}(t)$ due to the train passage with N_c identical carriages and with N_w wheels in the each carriage (Fig. 7), is given by superposition Eq. (7). The Fourier transform of Eq. (7) is given by Eq. (9).

The parametric study for the track response was designed and created to predict the track response with respect the vertical stiffness of the track $\mathcal{K}[\text{kN/m}^2]$, β [m⁻¹], (Tab. 1), and number of IC carriages $N_c=5\div12$, for $P_w=66$ kN, for the characteristics of IC carriages ($L_a=2.5$, $L_b=17.2$, $L_c=24.6$). The train speed were considered as: $c_T = 12.2$; 33.3; 44.4; 55.5; 72.2, 83.3 m/s.

3.3.1 Amplitude spectrum, Influence factor, and Dominant frequencies

The influence factor $R_{(T,N_c)}(f)$ and corresponding amplitude spectrum $S_{w(T)}(f)$ of the track (rail) deflection $w(\xi = c_T t, N_c)$, for the passage of the train with N_c carriages, can be expressed by the means Eq. (16,18) as:

$$S_{w(T)}(f) = \left| \tilde{w}_{P_w}(if) \tilde{W}_{(T)}(if) \right| = S_{w(P_w)}(f) \cdot R_{(T,N_c)}(f)$$
(19)

The example of the solved influence factor $R_{(T,N_c)}(f)$ and the amplitude spectrum $S_{w(T)}(f)$ for the geometrical configuration of IC carriages in Fig. 7 (L_a =2.5, L_b =17.2, L_c =24.6), for N_c =6 and 10, and the train speed c_T =33.3 m/s, applying of Eq. (16, 19) is displayed in Example 1, Fig. 9a,b. The dominant frequencies $f_{(d)}$ of the vertical displacements $w_{(T,N_c)}(x,t)$ are defined as the relative largest values of the amplitude spectra $S_{w(T)}(f)$.

Example 1 – The example of the major and minor extremes in the amplitude spectra for the IC train, Fig. 9a, b: a/ for $S_{w(T)}(f, N_c = 6)$, b/ for $S_{w(T)}(f, N_c = 10)$. Solution is made for the IC train $c_T=33.3$ m/s, the subgrade stiffness C₂, $\kappa=87700$ kN/m², $\beta=1.3565$ m⁻¹, and the wheel force $P_w = 66$ kN, see Fig. 7.



Fig. 9: The example of the major and minor extremes in the amplitude spectra for the train a/ for $S_{w(T)}(f, N_c = 6)$, b/ for $S_{w(T)}(f, N_c = 10)$, for the IC train $c_T=33.3$ m/s, the subgrade stiffness C, $\kappa = 87700$ kN/m², $\beta = 1.3565$ m⁻¹, for $P_w = 66$ kN

Among the main extremes in Fig. 9 is $(N_c - 1)$ points where the function has zero points and between the main extremes is $(N_c - 2)$ side extremes. Increased number of cars amplifies the amplitude of $R_{(T,N_c)}(f)$ and the corresponding amplitude spectrum $S_{w(T)}(f)$ of the track deflection.

The influence factor $R_{(T,N_c)}(f)$ has maxima at a regular spacing

$$\Delta f = \frac{1}{T_{(j)}} = n \frac{c_T}{L_{(j)}}$$
(20)

where $T_{(j)} = \{T_a, T_b, T_c\}$ is the time for the passage of a axle T_a , a bogie T_b and a carriage T_c , L_j is a distance between the *j*th wheel and a adjacent one, *n* is the positive integer.

The influence factor $R_{(T,N_c)}(f)$ has typical properties resulting from the sequence of wheel loads which are separated by a time delay dependent on the axle distance and the train speed. The frequency content of the first term $S_{w(P_w)}(f) = |\tilde{w}_{(P_w)}(if)|$ in Fig. 8, differs quite from the second term $R_{(T,N_c)}(f)$ in Fig. 9. While the spectrum $S_{w(P_w)}(f)$ depends on the characteristics of the track, the spectrum $R_{(T,N_c)}(f)$ depends the geometrical configuration of carriages ($L_a=2,5$, $L_b=17,2$, $L_c=24,6$), and the train speed c_T .

4 EXPERIMENTAL VERIFICATION

Results of the numerical prediction of the vertical track (rail) deflection are compared with in situ measurements were made on the railway corridor in the line Bratislava – Žilina at the straight section Cífer – Trnava, Fig.10.



Fig. 10: The measured track section in the location Cifer - Trnava

4.1 Track deflection during the passage of IC train

The vertical displacements of the rail ${}^{(r)}w_{(T)}(x,t)$ and the sleeper ${}^{(s)}w_{(T)}(x,t)$ were measured by the relative displacement transducers of the type Bosh, mounted on the fixed reference datum (displacement transducers $D_{\rm R}$, $D_{\rm S}$) and the B&K piezoelectric accelerometers $A_{\rm R}$, $A_{\rm S}$, of the type BK 4500 were glued to the rail and the sleeper, see Fig. 11. In Fig. 12a is presented the measured time history of the rail deflection ${}^{(r)}w_{(T)}(x,t)$ at the position x of the track, corresponding to the passage of the IC train (L 350+8 carriages, speed c = 31.7 m/s = 114 km/h). In Fig. 12b is the spectral analysis $S_{w(T)}(f, N_c = 6)$ of this time record. This experimental result shows very good accordance between the theoretical prediction of the track deflection $w_{(T)}^{theor}(x,t)$ and the situ measurement results $w_{(T)}^{exp}(x,t)$.



Fig. 11: Scheme of the measurement set-up and positioning transducers in the measured track section Cifer – Trnava
File TN II / No. 2: LABVIEW, $f_s = 1000$ Hz, the non-filtered time records



Fig. 12a: Time history $W_{T(N=6)}(x,t)$ for IC train (L350+6 carriages), $c_T = 31.7$ m/s

File TN II / No. 2: LABVIEW, $f_s = 1000$ Hz, the non-filtered time records.



5 CONCLUSIONS

The quasi-static excitation is the important source for the response of track components in the low frequency area. The track (rail) response is associated with periodicity of wheel sets, bogies, and carriages of passage trains. It is shown that due to the loading sequence of the wheel loads P_w , the frequency content exhibits characteristic dominant frequencies. The dominant frequencies $f_{(d)}$ of the vertical displacements $w_{(T)}(x,t)$ for a passage of the train are defined as the relative largest values of the amplitude spectra $S_{w(T)}(f)$, which are derived from the influence factor $R_{(T,N_e)}(f)$. The dominant frequencies significantly contribute to total vibration of the track components in the low-frequency range (0 Hz < f < 40 Hz).

The numerical analyses are applied to provide a right picture on the track vibration and they are compared with experimental results. The experimental dominant frequencies: ${}^{(ex)}f_{(d)} = 0.1$; 1.4; 2.6; 4.0; 5.4; 8.1; 9.5 [Hz] and the theoretical dominant frequencies: ${}^{(th)}f_d = 0.1$; 1.30; 2.6; 4.06; 5.3; 8.1; 9.2; ..., Hz, for the tested rail deflection $w_{T(N_c=6)}(x,t)$ for IC train (L350+6 carriages), the train speed $c_T = 31.7$ m/s displayed the good accordance. The results confirm the strong attenuation of

train speed $c_T = 31.7$ m/s displayed the good accordance. The results confirm the strong attenuation of the amplitudes of vibration due to passage of axle loads to ground vibration near railway tracks.

Results confirm the importance of low frequencies on the mechanical of track components the rails, sleepers, the ballast bed, and the embankment. In general, the track vibration is influenced by the next dynamic loads, especially due to irregularities on the wheels and rails and the track variations with sleeper-distance frequency.

Analogical approach can be applied to other response quantities of the response in the frequency domain, for example for the vertical track velocity $S'_{\rm w(T)}(f)$, the acceleration of the track $S''_{\rm w(T)}(f)$, or the wheel-rail interaction forces $S_{\rm F_{w-r}(T)}(f)$ applied on the passage of trains with N_c carriages.

ACKNOWLEDGMENT

This work was supported by the project of Slovak Science agency VEGA No.1/0336/15.

REFERENCES

- GLYN James and all.: Edvanced modern engineering mathematics, Pearson Education Limited 1993, 2011, ISBN: 978-0-273-71923-6, 1023 p.
- [2] KATOU M. AND ALL: Numerical simulation of ground vibrations using forces from wheels of a running high-speed train. Journal of Sound and Vibration 318 (2008), pp 830-849.
- [3] KOMRSKA J.: Matematické základy kinematické teorie difrakce: Fourierova transformace mřížky, <u>www.fyzika.fme.vutbr.cz/~komrs/</u>.
- [4] MORAVČÍK MILAN, MORAVČÍK MARTIN: Track Mechanics Parts 1, 2. Theoretical analysis and simulation track mechanics problems. (in Slovak), EDIS, Žilina 2002. Part 1, ISBN 80-7100-983-0, 300 p., Part 2, ISBN 80-7100-984-9, 312 p.
- [5] MORAVČÍK MILAN: Dynamic behaviour of railway track Experimental measurements. Communication 3/2002, ISSN 1335-4205, pp. 45-62.
- [6] TAKEMIYA H., BIAN X.CH.: Shinkansen high-speed train induced ground vibration in view of viaduct-ground interaction. Soil Dynamic and Eartquake Engineering 27 (2007), pp. 506-520.
- [7] WOLFRAM ALPHA: Computational Knowledge Engine, www.wolframalpha.com.

Reviewers:

Prof. Ing. Juraj Králik, PhD., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology in Bratislava, Slovakia.

Doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D., Institute of Railway Structures and Constructions, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 17

Lukáš NOVÁK¹, Ladislav ŘOUTIL², Drahomír NOVÁK³

IMPLEMETACE DATABÁZE LOMOVĚ-MECHANICKÝCH PARAMETRŮ VYBRANÝCH BETONŮ DO SOFTWARU FREET

DATABASE OF FRACTURE-MECHANICAL CONCRETE PARAMETERS AND ITS IMPLEMENTATION INTO SOFTWARE FREET

Abstrakt

Příspěvek přibližuje tvorbu databáze lomově-mechanických parametrů betonů vybraných pevnostních tříd a její implementaci do pravděpodobnostního softwaru FReET. Podklad databáze představují výsledky dříve provedených lomových zkoušek trámců se zářezem, na jejichž realizaci se podílely širší týmy pracovníků Ústavu stavební mechaniky a Ústavu stavebního zkušebnictví fakulty stavební VUT v Brně. Implementovaná databáze bude využita pro potřeby pravděpodobnostních výpočtů betonových konstrukcí.

Klíčová slova

Beton, databáze lomově-mechanických parametrů.

Abstract

The paper presents the database of fracture-mechanical parameters of selected concrete strength classes and its implementation into probabilistic software FReET. A basis for the database were the results of earlier performed fracture tests of notched beams, which were realized in close cooperation of research teams from Institute of Structural Mechanics and Institute of Testing, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology. The implemented database will be used for the reliability calculations in mentioned software.

Keywords

Concrete, database of mechanical fracture parameters.

1 ÚVOD, EXPERIMENTÁLNÍ POZADÍ ZPRACOVÁVANÝCH DAT

Při analýze mechanické odezvy/poškození kvazikřehkých materiálů/konstrukcí nelze zanedbat lomovou procesní zónu vznikající před čelem trhliny, která způsobuje charakteristické nelineární chování. Při tom je klíčová znalost lomově-mechanických parametrů vyšetřovaného materiálu. Stanovené lomově-mechanické parametry mohou sloužit pro kvantifikaci odolnosti proti vzniku/šíření trhliny či křehkosti/houževnatosti kompozitu, dále jako srovnávací parametr studovaných cementových kompozitů (resp. prvků/konstrukcí po zavedení dimenze zohledňující geometrické charakteristiky konstrukce) a zároveň jako součást vstupních dat do numerických modelů chování prvků/konstrukcí z kvazikřehkých materiálů (založených na metodě konečných

¹ Lukáš Novák, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, e-mail: NovakL2@study.fce.vutbr.cz.

² Ing. Ladislav Řoutil, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, e-mail: routil.l@fce.vutbr.cz.

³ Prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, e-mail: novak.d@fce.vutbr.cz.

prvků s implementovanými principy nelineární lomové mechaniky), a to na deterministické či stochastické úrovni. Stochastický model umožňuje provést spolehlivostní analýzu řešeného problému, což představuje významnou úlohu právě v oblasti cementových kompozitů, kdy experimentálně získaná data vykazují velkou proměnlivost.

Podporu nastíněnému postupu má představovat databáze lomově-mechanických parametrů betonů vybraných pevnostních tříd, zpracovaná a implementovaná do prostředí softwaru FReET [1]. Představovaná databáze mohla být zpracována díky výsledkům rozsáhlého experimentálního programu, který byl realizován na FAST VUT v Brně ve spolupráci s IKI BOKU University Wien a rakouskou firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG. Připomeňme, že úspěšná realizace brněnské části experimentů je výsledkem nasazení mnoha kolegů – pracovníků Ústavu stavební mechaniky (prof. Novák, doc. Keršner, Ing. Lehký, Ph.D, Ing. Řoutil, Ph.D., Ing. Frantík, Ph.D., Ing. Šimonová, Ph.D., Ing. Havlíková, M. Friedl) a Ústavu stavebního zkušebnictví (doc. Schmid, Ing. Kucharczyková, Ph.D., Ing. Daněk, Ph.D.). Detaily provedených experimentů lze nalézt ve výzkumných zprávách či publikacích, např. [2], [3], [4].

2 STRUKTURA DATABÁZE

Údaje zahrnuté v databázi představují výsledky výše nastíněných experimentů. Dodejme, že zkušební konfiguraci představovaly trámce se zářezem $(100 \times 100 \times 400 \text{ mm})$, resp. krychle $(100 \times 100 \times 100 \text{ mm})$ pro určení tlakové pevnosti. Ze záznamů závislosti zatížení–posun uprostřed rozpětí trámce byly stanoveny hodnoty lomově-mechanických parametrů [2], [3], [4], [5]. Pro stanovení vybraných parametrů (modul pružnosti, pevnost v tahu, lomová energie) byly využity i identifikační metody [6] – v těchto případech jsou uživateli databáze nabídnuty výsledky experimentů i identifikace.

Databáze je zpracována hierarchicky ve třech úrovních (Obr. 1):

- Úroveň 1 Třída betonu.
- Úroveň 2 Stáří betonu.
- Úroveň 3 Jednotlivé parametry.

Třída betonu – aktuálně jsou v databázi zpracovány dvě třídy testovaného betonu, C40/50 a C50/60. Betony byly připraveny ve výrobně firmy Franz Oberndorfer GmbH & Co KG a jsou určeny pro výrobu předpjatých nosníků. Předpokládá se další rozšíření, včetně např. betonů vyztužených ocelovými vlákny [4].

Stáří betonu – testovány a do databáze byly zahrnuty vzorky ve stáří 1 den, 7 dní, 28 dní a 126 dní. Pro uvedená stáří bylo testováno vždy 7 vzorků.

Jednotlivé parametry – modul pružnosti, pevnost v tlaku, pevnost v tahu (pouze identifikovaná hodnota), efektivní lomová houževnatost, lomová energie.

Pro každý parametr je definován vhodný model rozdělení pravděpodobnosti a základní statistické parametry, což představuje podporu při tvorbě pravděpodobnostních modelů. Vybraný náhled databáze v prostředí FReET ukazuje Obr. 2.

Zmiňme ještě jeden aspekt – série zkušebních vzorků ve stáří 28 dní byly, kromě základního uložení v běžných podmínkách, skladovány paralelně také v prostředí s vyšší vlhkostí. I v tomto případě jsou všechny získané výsledky zahrnuty do databáze a jsou k dispozici uživatelům.

Už v současné podobě představuje databáze jedinečný souhrn lomově-mechanických parametrů pro vybrané betony. Nyní obsahuje záznamy pro celkem 72 parametrů (Obr. 2).



Obr. 1: Struktura databáze ASCII



Obr. 2: Náhledy databáze v programu FReET

3 ZÁVĚR

Příspěvek představuje implementaci databáze lomově-mechanických parametrů betonů vybraných pevnostních tříd do prostředí softwaru FReET. Nastiňuje zvolenou strukturu databáze, která je takto připravena na další rozšiřování a doplňování. Uživatelům přináší v přehledné podobě možnost definovat potřebné lomově-mechanické parametry např. pro potřeby numerických simulací chování studovaných kvazikřehkých kompozitů. Pro každý parametr je definováno vhodné rozdělení pravděpodobnosti a základní statistické parametry, což představuje podporu při tvorbě pravděpodobnostních modelů.

Databáze mohla být zpracována díky výsledkům rozsáhlého experimentálního programu, který byl realizován na FAST VUT v Brně (kolektivy STM a SZK) ve spolupráci s IKI BOKU University Wien a rakouskou firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG.

PODĚKOVÁNÍ

Příspěvek byl realizován za finanční podpory projektu GAČR 13-03662S (FRAPA) a CZ.1.07/2.3.00/30.0005 – "Podpora tvorby excelentních týmů mezioborového výzkumu na VUT" a v rámci řešení projektu č. LO1408 "AdMaS UP - Pokročilé stavební materiály, konstrukce a technologie" podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy v rámci účelové podpory programu "Národní program udržitelnosti I".



LITERATURA

- [1] NOVÁK, D., VOŘECHOVSKÝ, M., TEPLÝ, B. FReET: Software for the statistical and reliability analysis of engineering problems and FReET-D: Degradation module. *Advances in Engineering Software*, Elsevier, 2014, 72, 179–192.
- [2] NOVÁK, D., KERŠNER, Z., LEHKÝ, D., ŘOUTIL, L., KUCHARCZYKOVÁ, B., SCHMID, P., DANĚK, P., FRANTÍK, P., ŠIMONOVÁ, H., FRIEDL, M. Fracture tests of concrete specimens series I (C50/60) and II (C40/50). Research Report. Brno University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics & Institute of Building Testing, 2014. 248 p.
- [3] ŘOUTIL, L., LEHKÝ, D., ŠIMONOVÁ, H., KUCHARCZYKOVÁ, B., KERŠNER, Z., NOVÁK, T., ZIMMERMANN, T., STRAUSS, A., KRUG B. Experimental-computational determination of mechanical fracture parameters of concrete for probabilistic life-cycle assessment. In: IALCCE 2014, Tokyo, Japan, 16th-19th November 2014. © 2015 Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-1-138-00120-6, pp. 801–807.
- [4] LEHKÝ, D., ŘOUTIL, L., KERŠNER, Z., NOVÁK, D., ŠIMONOVÁ, H., HAVLÍKOVÁ, I., SCHMID, P. Experimental determination of mechanical fracture parameters of steel fiber reinforced concrete for probabilistic life-cycle assessment, In: 2015 fib Symposium, Copenhagen, Denmark, 18th-20th May 2015.
- [5] KARIHALOO, B. L. *Fracture mechanics of concrete*. New York: Longman Scientific & Technical, 1995.
- [6] LEHKÝ, D., KERŠNER, Z., NOVÁK, D. FraMePID-3PB Software for Material Parameters Identification Using Fracture Test and Inverse Analysis. *Advances in Engineering Software*, in press, available online 29 October 2013, http://dx.doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.10.001.

Oponentní posudek vypracoval:

Doc. Ing. Petr Konečný, Ph.D., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-TU Ostrava. Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc., FEng., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze. řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 18

Eva NOVOTNÁ¹, Jiří ŠEJNOHA², Michal ŠEJNOHA³

PŘEVOD DIAGRAMU SÍLA – PRŮHYB ZA TŘÍBODOVÉHO OHYBU NA VZTAH NAPĚTÍ – ROZEVŘENÍ TRHLINY

TRANSFORMATION OF THE FORCE – DEFLECTION DIAGRAM UNDER A THREE-POINT-BENDING INTO THE STRESS – CRACK OPENING RELATIONSHIP

Abstrakt

V příspěvku je popsán analytický přechod z diagramu závislosti průhybu vzorku z betonu s příměsí polypropylenových vláken na velikosti zatěžovací síly na vztah mezi napětím a rozevřením trhliny v tahu za ohybu. Transformace je založena na kinematickém popisu chování testovaného vzorku. Napětí je aproximováno kombinací exponenciálních funkcí doplněnou o člen vystihující prokluz vláken přemosťujících trhlinu.

Klíčová slova

Vláknobeton, zkouška tříbodový ohybem, kinematický model, vztah napětí – rozevření trhliny.

Abstract

In this paper, an analytical form of the transformation from the force – deflection diagram obtained under a three-point bending into the stress – crack opening relationship of concrete with polypropylene fibers is outlined. The transformation is based on the description of the kinematic behavior of the test sample. The stress is approximated by a combination of exponential functions supplemented with a term capturing the slip of fibers bridging the crack.

Keywords

Fiber reinforced concrete, three-point bending test, kinematic model of structure, stress - crack opening relationship.

1 ÚVOD

Důsledná mikromechanická analýza lomových vlastností vyžaduje popis stavu napětí v okolí kořene trhliny, jakož i vývoje procesní zóny. Této problematice je v České republice věnována řada prací kolektivu vedeného prof. Z. Keršnerem. Vynikající představu o jejich přístupu a přínosech dává habilitační práce V. Veselého [1], která zahrnuje několik desítek odkazů. Předložený příspěvek nabízí alternativu v rámci klasického inženýrského přístupu. Navržený model je vhodný pro zjišťování drah napětí vs. deformace u vzorků zatěžovaných ohybem za současného působení velmi vysokých teplot (požár). Těch se dosahuje elektroohřevem pomocí odporové keramické dečky. Vycházíme z kinematického popisu chování konstrukce při porušení. Inspirací pro navržený postup byl článek

¹ Ing. Eva Novotná, Ph.D., Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze, Thákurova 7, Praha 6, 166 29, ,tel.:(+420) 224 354 401, e-mail: eva.novotna@fsv.cvut.cz.

² prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc., FEng., Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze, Thákurova 7, Praha 6, 166 29, ,tel.:(+420) 224 354 492, e-mail: sejnoha@fsv.cvut.cz.

³ prof. Ing. Michal Šejnoha, PhD., DSc., Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze, Thákurova 7, Praha 6, 166 29, ,tel.:(+420) 224 354 494, e-mail: sejnom@fsv.cvut.cz.

[2]. Zjevně podobnými úvahami prošli již dříve autoři příspěvků [3], [4], [5], ale nepochybně i řada dalších badatelů. Stojí za zmínku, že v citovaných příspěvcích autoři pracují převážně s bilineárními diagramy závislosti napětí na rozevření trhliny. Z Obr. 1 je patrné, že porušení zkušebního vzorku se zářezem odpovídá modelu, kdy neporušené části nosníku se po vzniku makrotrhliny v podstatě chovají jako tuhé desky.



Obr. 1: Fotografie experimentu (zdroj [2])

Na následujícím Obr. 2 je znázorněno poškození predikované v [1] počítačovou simulací. Je vidět, že se odehrává v zóně lokalizované deformace nad zářezem.



Obr. 2: Poškození zkušebního vzorku (zdroj [2])

Tomuto problému byla věnována řada prací, které se v rámci inženýrského přístupu do jisté míry liší výchozími předpoklady. Jako příklad připomeňme [6], [7], [8]. Společným rysem je splnění podmínek rovnováhy sil působících na průřez uprostřed rozpětí nosníku. Základem řešení je diagram závislostí síly F na průhybu v. Zkouška tříbodovým ohybem byla provedena na trámci o velikosti 150x150x700 mm se zářezem zdola uprostřed rozpětí (hloubka zářezu 25 mm). Fotografie z provedeného experimentu a schéma rozměrů zkušebního vzorku jsou na Obr. 3. Zkušební vzorek byl vyroben z vláknobetonu (obsah polypropylenových vláken byl 4,5 kg na m³ betonu.) Receptura betonové směsi je uvedena v [9].

Závislost průhybu na velikosti zatěžovací síly je v grafu na Obr. 4. Další podrobnosti o experimentu a složení betonové směsi jsou uvedeny v [10 a 11].





Obr. 3: Fotografie z experimentu a rozměry zkušebního vzorku (zdroj [10])



Obr. 4: Experimentálně určená závislost průhybu v na velikosti zatěžovací síly F (zdroj [10])

Příspěvek je rozvržen tak, že v odst. 2 jsou nejprve popsány hlavní předpoklady modelu, navazuje aproximace napětí (odst. 3) a popis identifikace modelových parametrů. Výsledky jsou shrnuty v odst. 4, na nějž navazuje závěr (odst. 5).

2 PŘEDPOKLADY MODELU

Schéma modelu je na Obr. 5. Dále je zde načrtnut předpokládaný tvar funkce napětí po výšce vzorku. Při přechodu z grafu F - v na $\sigma_x - \delta$ je třeba dosáhnout co nejvýstižnější aproximace normálového napětí σ_x v části průřezu s trhlinami (viz odst. 3), δ je rozevření trhliny.

Základem je popis deformace vzorku, při němž vyjdeme z Bernoulli-Navierovy hypotézy o zachování rovinnosti průřezu před a po deformaci.



Obr. 5: Schéma deformovaného vzorku a předpokládaný průběh napětí po výšce průřezu

Uvažujme pás lokalizované deformace tloušťky w_c , jehož stěny se otáčejí jako tuhé celky kolem středu otáčení 0 (Obr. 5, Obr. 6).



Obr. 6: Přetvoření v zóně lokalizace a vznik makrotrhliny

Z geometrie přetvoření (Obr. 6) snadno zjistíme, že za předpokladu malých deformací

$$\psi = \frac{w_c f_t}{z_0 E} , \qquad (1)$$

odkud deformace v hloubce z od středu rotace 0

$$\varepsilon(z) = \frac{(\psi z - w_c)}{w_c} = \frac{f_t}{E} \frac{z}{z_0} - 1 \quad .$$
⁽²⁾

Protože vstupem řešení je diagram závislosti F - v, kde F je působící síla a v je průhyb, je třeba vyjádřit funkci ε v závislosti na $v = v_1 + v_2$. Složka v_1 představuje pružný průhyb konzoly délky $L - \frac{w_c}{2}$. Nepružnou složku v_2 získáme z Obr. 6 za předpokladu, že přilehlé konzoly jsou tuhé a deformuje se jen vrstva s trhlinou. Potom

$$\psi = v_2 \frac{2}{L} \cong \left[v - \frac{F\left(L - \frac{W_c}{2}\right)^3}{6EI} \right] \frac{2}{L} \quad . \tag{3}$$

Konečně rozevření trhliny v hloubce z bude

$$\delta(z) = \left[\varepsilon(z) - \frac{f_t}{E}\right] w_c + \delta_y(z) = \psi z - w_c \left(1 + \frac{f_t}{E}\right) + \delta_y(z) , \qquad (4)$$

kde $\delta_{\nu}(z)$ je přírůstek rozevření trhliny vlivem prokluzu vláken přemosť ujících trhlinu.

Lze se přesvědčit, že v hloubce $z = \rho_0 + c + z_0$ je $\delta(z) = \delta_y(z) = 0$. K tomu stačí uvážit, že $\psi \cdot (\rho_0 + c) = w_c$, $\psi z_0 = (f_t/E)w_c$ a samozřejmě podmínku

$$\delta_y(\rho_0 + c + z_0) = 0.$$
 (5)

Zbývá vyjádřit přírůstek rozevření trhliny vlivem prokluzu. Využijeme lineární aproximace splňující podmínku (5). Spojením vzorců (3) a (4) a tohoto předpokladu vyjde

$$\frac{\delta(z)}{w_c} = \left[v - \frac{F\left(L - \frac{w_c}{2}\right)^3}{6EI} \right] \frac{2}{L} \frac{z}{w_c} - \left(1 + \frac{f_t}{E}\right) + \frac{\kappa}{w_c} \left[z - z_0 \left(1 + \frac{f_t}{E}\right) \right] , \tag{6}$$

kde κ je zatím neznámá konstanta. Při úpravě jsme využili úměry z Obr. 6, z níž plyne vztah $\rho_0 + c = z_0 E/f_t$. Poznamenejme, že z_0 se vyloučí spojením vztahů (1) a (3).

3 APROXIMACE NAPĚTÍ

Napětí se aproximuje po částech dvěma funkcemi. V neporušené části se uvažuje pružné chování materiálu a funkce napětí má tvar

$$\sigma = f_t \frac{z}{z_0} - E \,. \tag{7}$$

V porušené části je $\sigma(\delta)$ aproximováno řadou exponenciálních funkcí

$$\sigma(\delta) = f_t + \sum_i \alpha_i (1 - \exp(-\beta_i(\delta))) + \Delta \sigma_y .$$
(8)

Korigující člen $\Delta \sigma_y$ odpovídá poklesu napětí ve vláknech prokluzem. K tomuto účelu použijeme aproximaci z mikromechaniky navrženou v [12] ve tvaru

$$\Delta \sigma_{y} = \begin{cases} \sigma_{m} \left[2 \left(\frac{\delta_{y}}{\delta_{m}} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\delta_{y}}{\delta_{m}} \right] & \text{pro } 0 \le \delta_{y} \le \delta_{m} \\ \sigma_{m} \left[1 - \frac{2(\delta_{y} - \delta_{m})}{L_{f}} \right]^{2} & \text{pro } \delta_{y} \ge \delta_{m} \end{cases}$$

$$(9)$$

kde σ_m a δ_m jsou na rozdíl od původního modelu [12] neznámé parametry. Poměrné přetvoření ve vztahu (8) vyjádříme pomocí aproximace (6), kde α_i a β_i jsou rovněž neznámé parametry.

Pro výsledné napětí v průřezu musí být normálová síla rovna nule, a tedy

$$\int \sigma dz = 0. \tag{10}$$

Z rovnice (10) lze určit pro každou dvojici hodnot F a v hodnotu napětí $|\sigma_0|$ v horních vláknech průřezu (viz Obr. 5). Ohybový moment plyne ze vztahů

$$\bar{M} = \frac{FL}{2} \tag{11}$$

а

$$\frac{M}{b} = \int \sigma(z) z \, \mathrm{d}z = \frac{FL}{2b} \,. \tag{12}$$

Pro vybranou hodnotu průhybu v_{λ} a jí odpovídajícímu momentu $\overline{M_{\lambda}}$ získaného pomocí vztahu (11) z Obr. 4 lze pak s využitím rovnic (8) až (12) určit parametry $\alpha_i, \beta_i, \kappa, \sigma_m, \delta_m$ z optimalizační podmínky

$$\sum_{\lambda} (M_{\lambda} - \overline{M_{\lambda}})^2 \to \min,$$
(13)

kde λ je počet vybraných momentů.

4 VÝSLEDKY

Na Obr. 7a je graf závislosti průhybu testovaného vzorku na ohybovém momentu, kde čerchovanou čarou jsou vyznačena data z experimentu a plnou hodnoty predikce teoretickým modelem. Obr. 7b znázorňuje část grafu v detailu.



Obr. 7a a 7b: Grafy závislosti průhybu na ohybovém momentu (čerchovaná čára experiment, plná čára je výstupem z aproximace)

Hledaný graf závislosti napětí σ_x na rozevření trhliny δ je na Obr. 8.



Obr. 8 Graf závislosti $\sigma_x - \delta$

Šířka lokalizačního pásu byla odhadnuta v souladu s doporučením [13] jako trojnásobek průměru největšího zrna kameniva, tj. $w_c \approx 50$ mm. Tuto veličinu lze ovšem dále upřesnit v rámci optimalizační podmínky (13). Maximální rozevření trhliny predikované modelem odpovídá experimentálně zjištěné hodnotě 3,2 mm. Při zanedbání prokluzu vlákna a jeho protažení by pak poměrné přetvoření mohlo být aproximováno poměrem δ/w_c , viz vzorec (6).

5 ZÁVĚR

V předloženém příspěvku je nastíněn jeden z možných inženýrských přístupů k predikci pracovního diagramu vláknobetonu v tahu za ohybu z výsledků zatěžovací zkoušky tříbodovým ohybem. Již z experimentu bylo patrné, že prvky z vláknobetonu si uchovávají reziduální napětí i po vzniku prvních trhlin, kdy tah v průřezu přebírají zatím neporušená vlákna. Postup vychází z kinematického popisu modelu. Průběh napětí je určen optimalizací s využitím podmínek rovnováhy. V porušené části je průběh napětí aproximován exponenciálními funkcemi. Pokročilá fáze experimentu, kdy dochází k prokluzu mikrovláken přemosťujících trhlinu, je v modelu vystižena doplňujícím členem, který je modifikací vztahu závislosti napětí na rozevření trhliny navrženého na základě mikromechanických úvah profesorem Li. Parametry těchto funkcí byly stanoveny simulací ve spojení s metodou nejmenších čtverců. Určitá diskrepance mezi experimentální závislostí ohybového momentu (resp. působící síly) na průhybu a jeho modelovou predikcí jde zřejmě na vrub malého počtu členů v Dirichletově řadě (záměrně zvoleny jen dva členy). Další možností zpřesnění predikce kromě zvýšeného počtu členů v aproximaci (8) a sčítanců v (13), je zahrnutí šířky lokalizačního pásu w_c mezi optimalizační parametry.

Navržený model nabízí možnost testování vzorků při velmi vysokých teplotách.

PODĚKOVÁNÍ

Tento výsledek byl vytvořen s finanční podporou programu TA ČR, projekt TA01030245 a projektu studentské grantové soutěže ČVUT v Praze, registrační číslo projektu je SGS14/122/OHK1/2T/11.

LITERATURA

- [1] V. VESELÝ, Role of process zone in quasi-brittle fracture. Habilitační práce, Fakulta stavební VUT v Brně 2015.
- [2] V. ŠMILAUER, C. G. HOOVER, Z. P. BAŽANT, F. C. CANER, A. M. WAAS, K. W. SHAHWAN, Multiscale simulation of fracture of braided composites via repetitive unit cells. Engineering Fracture Mechanics. 2011, vol. 78, no. 6, p. 901-918. ISSN 0013-7944.M.
- [3] J. P. ULFKJÆR, S. KRENK, R. BRINCKER, Analytical model for fictitious crack propagation inconcrete beams, Journal of Engineering Mechanics 121(1) (1995), pp. 7–15
- [4] H. STANG, J. F. OLESEN, On the interpretation of bending tests on FRC materials, Journal of Sound and Vibration, Vol. 5, pp. 123–132
- [5] T. PAIL, P. FRANTÍK, Modeling the wedge splitting test using an extended cracked hinge model. Engineering MECHANICS, Vol. 21, No. 1. pp. 67-72
- [6] M. DRAHORÁD, Analýza metodiky a poznatků experimentálního výzkumu charakteristik vláknobetonu. Doktorská disertační práce, Fakulta stavební ČVUT v Praze, 2011.
- [7] J. KRÁTKÝ, J. VODIČKA, VAŠKOVÁ J., Determination of Tensile Part of Fibre Concrete Stress-Strain Diagram from Bending Test Measurements. In Fibre Concrete – Technology, Design, Application. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, 2009, p. 167–174. ISBN 978-80-01-04381-3
- [8] M. YANG, Ch. J. HUANG, J. WANG, Stress-strain Curve of High Strength Steel Fiber. Reinforced Concrete under Uniaxial Tension. Journal of Wuhan University of Technology-Mater Sci Ed 21(3):132-137 · September 2006
- [9] M. BROUČEK, M. ŠEJNOHA, Receptury použité pro návrh betonových a alkalicky aktivovaných směsí. Technický list projektu TAČR TL105, 2011.
- [10] M. ŠEJNOHA, M. BROUČEK, E. NOVOTNÁ, Z. KERŠNER, F. LEHKÝ, P. FRANTÍK, Fracture properties of cement and alkali activated fly ash based concrete with application to segmental tunnel lining, Advances in Engineering Software, 2013, 61-71
- [11] M. BROUČEK, M. ŠEJNOHA, Mechanické parametry betonových a alkalicky aktivovaných směsí s příměsí a bez příměsi popílku a vláken. Technický list projektu TAČR TL106, 2011.
- [12] V. C. LI, C. K. Y. LEUNG, Steady State and Multiple Cracking of Short Random Fiber Composites ASCE Journal of Engineering Mechanics, ASCE J. of Engineering Mechanics, Vol. 188, No. 11, pp. 2246-2264, 1992.
- [13] Z. BAŽANT, L. CEDOLIN, Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories, Oxford University Press, New York, 1991.

Oponentní posudek vypracoval:

Prof. Ing. Milan Moravčík PhD., Katedra stavebných konštrukcií a mostov, Stavebná fakulta, ŽU v Žiline.

Ing. Petr Frantík, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně.

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 19

Martin PSOTNÝ¹

BUCKLING AND POSTBUCKLING OF AN IMPERFECT PLATE SUBJECTED TO THE SHEAR LOAD

Abstract

The stability analysis of an imperfect plate subjected to the shear load is presented. To solve this problem, a specialized computer program based on FEM has been created. The nonlinear finite element method equations are derived from the variational principle of minimum of total potential energy. To obtain the nonlinear equilibrium paths, the Newton-Raphson iteration algorithm is used. Corresponding levels of the total potential energy are defined. Special attention is paid to the influence of imperfections on the post-critical buckling mode. Obtained results are compared with those gained using ANSYS system.

Keywords

Stability, buckling, postbuckling, geometric nonlinear theory, initial imperfection.

1 INTRODUCTION

Solving stability of the thin plate, it is often insufficient to determine the elastic critical load from eigenvalue buckling analysis, i.e. the load, when perfect plate starts buckling. It is necessary to include initial imperfections of real plate into the solution and determine limit load level more accurately. The geometrically non-linear theory represents a basis for the reliable description of the postbuckling behaviour of the imperfect plate. The result of the numerical solution represents high number of load versus displacement paths.

2 THEORY

Restricting to the isotropic elastic material and to the constant distribution of the residual stresses over the thickness, the total potential energy can be expressed as:

$$U = \int_{A} \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon}_{m} - \boldsymbol{\varepsilon}_{0m})^{T} t \boldsymbol{D} (\boldsymbol{\varepsilon}_{m} - \boldsymbol{\varepsilon}_{0m}) dA + \int_{A} \frac{1}{2} (\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_{0})^{T} \frac{t^{3}}{12} \boldsymbol{D} (\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_{0}) dA - \int_{A} \boldsymbol{q}^{T} \boldsymbol{p} dA$$
(1)

where:

 ε_m, k – are strains and curvatures of the neutral surface,

 $\boldsymbol{\varepsilon}_{0m}, \boldsymbol{k}_0$ – are initial strains and curvatures,

q, p — are displacements of the point of the neutral surface, related load vector.

The system of conditional equations [1] one can get from the condition of the minimum of the increment of the total potential energy $\delta \Delta U = 0$. This system can be written as:

$$\boldsymbol{K}_{inc}\,\Delta\,\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{F}_{int} - \boldsymbol{F}_{ext} - \Delta\,\boldsymbol{F}_{ext} = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

¹ Doc. Ing. Martin Psotný, PhD., Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Slovak University of Technology, Radlinského 11, 810 05 Bratislava, Slovakia, phone: (+421) 259 274 652, e-mail: martin.psotny@stuba.sk.

where:

 K_{inc} – is the incremental stiffness matrix of the plate,

 F_{int} – is the internal force of the plate,

 F_{ext} – is the external load of the plate,

 ΔF_{ext} – is the increment of the external load of the plate.

Eq. (2) represents the base for the Newton-Raphson iteration and the incremental method as well. The Gauss numerical integration (5 points) was used to evaluate the stiffness matrices and the load vectors.

3 FEM NONLINEAR ANALYSIS

The FEM computer program using a 48 DOF element [2] has been created for analysis. Used FEM model [3] consists of 8x8 finite elements. Full Newton-Raphson procedure, in which the stiffness matrix is updated at every equilibrium iteration, has been applied [4]. The fundamental path of the solution starts from the zero load level and from the initial displacement. It means that the nodal displacement parameters of the initial displacements and the small value of the load parameter have been taken as the first approximation for the iterative process. To obtain other paths of the solution, random combinations of the parameters as the first approximation have been used. Interactive change of the pivot member during calculation is necessary for obtaining required number of load – displacement paths. Quality of presented paths has not been investigated in this paper.

Obtained results were compared with results of the analysis using ANSYS system, where 32x32 elements model was created (Fig. 1b). Element type SHELL143 (4 nodes, 6 DOF at each node) was used [5]. The arc-length method was chosen for analysis, the reference arc-length radius is calculated from the load increment. Only fundamental path of nonlinear solution has been presented. Shape of the plate in postbuckling has also been displayed.

4 ILLUSTRATIVE EXAMPLE

Illustrative example of steel plate loaded in shear (Fig. 1) is presented. Results of eigenvalue buckling analysis are presented first. These serve to prepare shapes of initial geometrical imperfection [6], [7] as a linear combination of eigenvectors. Also offer an image about location of critical points of nonlinear solution, help with settings in the management of nonlinear calculation process. Results of fully nonlinear analysis follow.



Fig. 1: a) Notation of the quantities of the plate loaded in shear, b) ANSYS FEM model

4.1 Eigenvalue buckling analysis

Eigenvalue buckling analysis predicts the theoretical buckling strength of an ideal linear elastic structure and is a problem of eigenvalues and eigenvectors [8]. Eigenvalues define the buckling load multipliers and the corresponding eigenvectors buckling mode shapes of the structure. Results for perfect plate [9] from Fig. 1 can be seen in the Table 1.

209.07 [N/mm]	258.86	554.57	598.53		
685.41	721.70	896.66	983.59		

Tab. 1: Buckling loads p_{cr} [N/mm] and modes of buckling

4.2 Nonlinear analysis

The geometrically nonlinear theory represents a basis for the reliable description of the postbuckling behaviour of the plate [10], [11]. The result of the numerical solution of steel plate loaded in shear is presented as load – displacement paths. The initial displacements were assumed as the out of plane displacements only [12] as a combination of buckling modes

$$d_0 = \sum \alpha_i * MODE_i \tag{3}$$

Parameters α_i are mentioned below. In order to better describe post-buckling shape of the plate, nodal displacements w_A , w_C have been taken as the reference nodes (see Fig. 1).

These presented nonlinear solutions of the postbuckling behaviour of the plate are divided into two parts. On the left side, there is load versus nodal displacement parameters relationship, on the right side the relevant level of the total potential energy is drawn [13]. (Unloaded plate represents a zero total potential energy level.)

Following Figures present two cases, in which the plate in a post-buckling mode buckles in the shape that is identical to a shape of initial imperfection (but different from the first buckling mode obtained from eigenvalue buckling analysis). The difference consists in a fact, that while in first case the fundamental path represents the path with minimum value of the total potential energy for a given load, in the second case there exists also a path with the total potential energy level lower than that of the fundamental path [14].

Figure 2 presents a nonlinear analysis of the plate with initial imperfection whose shape was formed from first three eigenmodes. According to (3), following parameters α were considered: $\alpha_1=0.3 \text{ mm}$, $\alpha_2=0.2 \text{ mm}$, $\alpha_3=0.1 \text{ mm}$. There are presented first three loading paths representing various forms of changes between buckling shapes. Displacement w_C has been plotted by a solid line, w_A by a dashed line. The Figure illustrates also shapes of the buckling area for particular paths and selected load values. In the right part, respective values of total potential energy can be seen. Fundamental path corresponds with the minimum value of total potential energy, thus there is no presumption of a snap-through.

For comparison with an analysis of the same plate using ANSYS software system, the fundamental path of solution is presented (see Figure 3). In the selected load levels, corresponding

deformed shapes of the plate have been drawn along the paths. For greater clarity different scales were chosen for different load levels.



Fig. 2: Results for α_1 =0.3 mm, α_2 =0.2 mm, α_3 =0.1 mm



Fig. 3: Fundamental path for α_1 =0.3 mm, α_2 =0.2 mm, α_3 =0.1 mm from ANSYS

In Figure 4 one can observe analysis of a thin plate with initial imperfection of a shape identical to a shape of the 2^{nd} eigenmode. Parameter α_2 of a value 0.1 mm has been considered.

Displacement $w_{\rm C}$ has been plotted by a solid line, $w_{\rm A}$ by a dashed one again. Shapes of the buckling area are located next to the paths. On the right side of the Figure one can see, that the total potential energy for the fundamental path (blue line) is higher than energy for path 2 (red line). This path 2 represents buckling according to the 1st buckling mode, thus there is presumption of a snap-through.

For comparison with an analysis of the same plate using ANSYS software system, the fundamental path of solution is presented (see Figure 5). In the selected load levels, corresponding

deformed shapes of the plate have been again drawn along the paths. For greater clarity different scales were chosen for different load levels.



Fig. 4: Results for $\alpha_2=0.1$ mm



Fig. 5: Fundamental path for α_2 =0.1 mm from ANSYS

5 CONCLUSIONS

The influence of the value of the amplitude and the mode of the initial geometrical imperfections on the postbuckling behaviour of the thin plate subjected to the shear load was presented. Finite elements created for special purposes of thin plates stability analysis, enable high accuracy and speed convergence of the solution at less density of meshing. The possibility on an interactive affecting of the calculation within the user code makes it possible to investigate all load – displacement paths of the problem.

As the important result one can note, that the level of the total potential energy of the fundamental stable path can be higher than the total potential energy of the secondary stable path.

This is the assumption for the change in the buckling mode of the plate. The evaluation of the level of the total potential energy for all paths of the non-linear solution is a small contribution to the investigation of the post buckling behaviour of thin plates.

ACKNOWLEDGMENT

Presented results have been arranged due to the research supported by the Slovak Scientific Grant Agency, project No. 1/0272/15.

LITERATURE

- [1] WASHIZU, K.: Variational Methods in Elasticity and Plasticity. Pergamonn Press, NY, 1982, 630 pp. ISBN 0-08-026723-8.
- [2] SAIGAL, S. & YANG, I.: Nonlinear Dynamic Analysis with 48 DOF Curved Thin Shell Element. *Int. J. Numer. Methods in Engng.* 1985, 22, pp. 1115-1128. ISSN 0029-5981.
- [3] ZIENKIEWICZ, O. C. & TAYLOR, R. L.: *The Finite Element Method. Vol. 2. Solid and Fluid Mechanics. Dynamics and Non-Linearity.* McGraw-Hill, London, 1991, 690 pp. ISBN 0-07-084175-6.
- [4] CRISFIELD, M. A.: Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Wiley&Sons, London, 2000, 346 pp. ISBN 0-471-92956-5.
- [5] ANSYS User's Manual 13.0. Swanson Analysis Systems, Inc., 2010.
- [6] KALA, Z. & KALA, J. & SKALOUD, M. & TEPLY, B.: Sensitivity Analysis of the Effect of Initial Imperfections on the Stress State in the Crack-Prone Areas of Breathing Webs. *Proc. of the Fourth Int. Conf. on Thin-walled Structures*, Loughborough (England, UK), 2004, pp. 499-506. ISBN 0 7503 1006-5.
- [7] PSOTNY, M. & RAVINGER, J.: Post-Buckling Behaviour of Imperfect Slender Web. *Engineering Mechanics*. Vol. 14, 2007, No. 6, pp. 423-429. ISSN 1802-1484.
- [8] VOLMIR, A. S.: Ustojcivost deformiruemych sistem. Nauka, Moskva, 1967. 984pp. (in Russian)
- [9] BULSON, P. S.: *The Stability of Flat Plates*. Chatto&Windus, London, 1970, 470 pp. ISBN 7011-1478-9.
- [10] BLOOM, F. & COFFIN, D. *Handbook of Thin Plate Buckling and Postbuckling*. Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, 2001, 770 pp. ISBN 1-58488-222-0.
- [11] RHODES, J.: Some observations on the post-buckling behaviour of thin plates and thin-walled members. *Thin-walled structures*. Vol. 41, No 2-3, 2003, pp. 207-226. ISSN 0263-8231.
- [12] RAVINGER, J.: Vibration of Imperfect Thin-Walled Panel. Part 1: Theory and Illustrative Examples. *Thin-Walled Structures*. Vol. 19, No 1, 1994, pp. 1-22. ISSN 0263-8231.
- [13] PSOTNY, M.: Total Potential Energy Levels in the Post-Buckling. 13th International Scientific Conference VSU 2013, Sofia, Bulgaria. Vol. I. pp. I- 296-299. ISSN 1314-071X.
- [14] RAVINGER, J. & PSOTNY, M.: Stable and Unstable Paths in the Post-Buckling Behaviour of Slender Web. *Coupled Instabilities in Metal Structures*, Roma, 2004, pp. 67 75.

Reviewers:

Prof. Ing. Zdeněk Kala, Ph.D., Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Czech Republic.

Prof. Ing. Pavel Kuklík, CSc., Department of Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Czech Technical University in Prague, Czech Republic.

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 20

Stanislav SEITL¹, Viliam VISZLAY², Hector CIFUENTES³, Alfonso CANTELI⁴

EFFECTS OF SPECIMEN SIZE AND CRACK DEPTH RATIO ON CALIBRATION CURVES FOR MODIFIED COMPACT TENSION SPECIMENS

Abstract

The compact tension (CT) test is frequently used to determine fracture properties of metallic materials, such as fracture energy, fracture toughness, crack propagation rate and J-R curves. In the case of cement based composites, a modified compact tension (MCT) specimen can be advantageously used due to the negligible stress concentration arising around the pulling dowel pins during the test. In this work, finite element calculations are used to determine the calibrations curves for the stress intensity factor K, COD, CMOD and CMOD(4), needed for an accurate determination of the fracture parameters, as a function of the ratio a/W. Nominal diameters are selected according to the used core bits between 50 mm and 300 mm.

Keywords

Modified compact tension test, fracture, concrete, core drill, stress intensity factor, compliance expressions, finite element simulation.

1 INTRODUCTION

Many concrete structures are subjected to repeated loadings during their service life, whereby prediction of potential fatigue crack path is crucial for safety evaluation and structural design of relevant components or structures, e.g. bridges, seashore structures, runways, etc. Because of the complex stress distribution on the structure surface, prediction of where surface crack path starts is always a challenge for engineers and research scientists due to their negative effect on durability of concrete when combined with e.g. corrosion of steel bars under chloride penetration and carbonation through these cracks, etc. Furthermore, inspection of crack propagation on surfaces with maximum stress is also significant for predicting the residual fatigue life of concrete structure and for establishing repair schedules of the reinforcement.

For determining the fracture parameters of quasi-brittle materials like concrete, three point bending (3PB), four point bending (4PB) or wedge splitting tests (WST) are used for which the K-calibration and compliance curves are typically determined, see [14],[11].

Among the test configurations mentioned, the 3PB or 4PB specimens are not appropriate for determining the fatigue properties of real constructions, due to the large mass of material required in the specimen preparation, while in the WST test the grips causes troubles under fatigue load, etc.

¹ Doc. Ing. Stanislav Seitl, Ph.D., Institute of Physics of Materials, Academy of Sciences of the Czech Republic and Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 532 290 361, e-mail: seitl@ipm.cz.

² Bc. Viliam Viszlay, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, Czech Republic, phone: (+420) 532 290 338, e-mail: viliak@centrum.sk.

³ Associate professor Hector Cifuentes, Ph.D., Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimiento, s/n, 41092 Sevilla, Spain, phone: (+34) 653 382 232, e-mail: bulte@us.es.

⁴ Professor Alfonso F. Canteli, Ph.D., Escuela Politécnica de Ingeniería, Universidad de Oviedo, Campus de Viedques, 33203 Gijón, Spain, phone: (+34) 985 182 054, e-mail: afc@uniovi.es.

As an alternative, the modified compact tension (MCT) test can be recommended for fatigue testing (e.g. to check the residual life) of specimens from concrete constructions due to the round shape of the extracted drilling core samples [11]. Modified compact tension specimens, though with rectangular shape and glued steel plates at the sides, were already used by other authors for studying the influence of the load [15], dynamic fracture of CT specimen [12] or checking the cohesive law [8].



Fig. 1 Detail referred to the measured points of MCT specimen as defined as the COD, CMOD and CMOD(4) positions

Due to the above reported lack in research, a parametrical study of MCT specimens within the framework of linear elastic fracture mechanics (LEFM) is carried out in this work. Note, that though LEFM is not strictly suitable for material like concrete, the fracture toughness and Young's modulus are supposed to be acceptable when taken from the pre-peak branch or during high cycle fatigue loading account given of the small process zone resulting from the stress field at the crack front. The fracture parameters describing the concrete behavior are introduced as stress intensity factor (K) and Crack Opening Displacement (COD), Crack Mouth Opening Displacement (CMOD) and Crack Mouth Opening Displacement, the latter at a distance of 4 mm (due to clip gauge) outside the specimen forefront (CMOD(4)), see Fig. 1. The K-calibration and compliance curves for modified compact tension specimen are prepared for different specimen diameters, which are assumed to correspond with the drilling core [6]. The values of K-calibration and compliance curves are compared and the values of the coefficients are given in tables.

2 THEORETICAL BACKGROUND

The output obtained from the fracture test of concrete is the recorded Load –Displacement diagram, from which the fracture parameters as E– Young's modulus, K_{IC} – fracture toughness, G_f – fracture energy etc. can be determined. On its turn, the fatigue tests provide the COD-N (crack opening displacement versus number of cycles) diagram for constant force, from which the Paris-Erdogan law parameters (m, C) can be obtained. [3]

The reference dimensions of MCT specimens are D – diameter, W – width (according the ASTM W=D/1.35), a – crack length and B – thickness, all in mm, see in Fig. 2.

The diameter values were selected in order to cover all possible core drilling sizes in the practice, e.g. 50 mm corresponding to 2 inch [2], 100 mm as the standardized Brazilian cylinder size [9],[1], 150 mm as the typical standard specimen size for compressive test [13],[1], and further, 200 mm, 250 mm and 300 mm, see [6].

In the present numerical study, α (relative crack length) is defined as the ratio of the effective crack length, i.e. the distance between the alignment of the applied force and the crack tip, and the

effective specimen width, i.e. the distance between the alignment of the applied force to the end of the specimen:

$$\alpha = a/W. \tag{1}$$

where:

a -is the crack length [mm] and W- is the width [mm].



Fig. 2 Sketch of the modified compact tension test (MCT)

According to the fracture mechanics approach [3], the stress field around the crack tip of a two-dimensional crack embedded in an isotropic linear elastic body subjected to normal mode I loading conditions is given by the following expressions [3,16]:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right],$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right],$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right),$$

(2)

where:

r – is the radial coordinate of the polar system in crack tip [mm],

 θ – is the angular coordinate of the polar system in crack tip [rad],

x,y are the coordinate of Cartesian coordinate system in crack tip [mm],

 $K_{\rm I}$ – is the stress intensity factor [MPa m^{1/2}],

 $\sigma_{\rm xx}$, $\sigma_{\rm yy}$, $\tau_{\rm xy^-}$ are the stresses for the given axis directions [MPa].

The value of the stress intensity factor for the MCT geometry in linear fracture mechanics is derived from the following formula:

$$K_{I} = \frac{P}{B\sqrt{W}} B_{1}(\alpha), \qquad (3)$$

where

For the COD values is it so important the knowledge about the thickness of the specimen, in the study cases the calculation was done for plane strain condition, because the used thickness for pilot experiment was 60 mm [7]. The values of COD (crack opening displacement), CMOD (crack mouth opening displacement) and CMOD(4) (crack mouth opening displacement at 4 mm outside the specimen for front) as a function relative crack length α are introduced in the following:

$$u_v = u_{v0} f(a/W) \tag{4}$$

where

f(a/W) – is a dimensionless function depending on the measured point as defined, respectively, by COD, CMOD or CMOD(4), and u_{v0} is given by the expression:

$$u_{y0} = \frac{B_1(\alpha)K_0(1+\nu)\sqrt{a}}{2EB\sqrt{2\pi}},$$
(5)

where

$B_1(\alpha)$	_	is the dimensionless geometrical function [-] according to [10],
α	_	is the relative crack length [-],
В	_	is the thickness of the specimen [mm],
W	_	is the width [mm],
K_0	_	is the normalized value of stress intensity factor [MPa],
Ε	_	is the Young's modulus [MPa],
ν	_	is the Poisson number [-].

3 NUMERICAL SIMULATION

The finite element (FE) software ANSYS [4] is used for numerical calculation of the fracture parameters. Three examples of the specimens handled are shown in Fig. 3, the models of which are arranged from element PLANE82, the smallest one at the crack tip being 0.25 mm. Only one half of the MCT specimen needs to be considered because of the symmetry. At the crack tip, these elements degenerate to triangles with mid-side nodes of element edges pointing to the crack tip and shifted to a one fourth of the position along the element edge in order to introduce the proper $1/\sqrt{r}$ stress singularity, see command KCALC [4]. The material input data for concrete and steel used in the numerical simulation are the following: Young's modulus $E_c = 44$ GPa, $E_s = 210$ GPa and Poisson's ratio $v_c = 0.2$, $v_s = 0.3$, respectively. For the numerical solution, a load P = 100 N is applied. Fig. 4 shows two examples of the MCT finite element models with the corresponding boundary conditions.

The stress intensity factor K_1 values are computed in two different ways, namely, using the stress difference method [18] and the KCALC command [4]. The calculations provided by ANSYS are controlled by means of the results provided by [16][11][14] and [5] (the finite element model was

prepared in the CT configuration, the results were check to obtain less than 1% difference, that the used model was remodeled to MCT geometry), e.g. with the stress intensity factor for the compact tension specimen calculated as follows:

$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} \frac{(2+\alpha)}{(1-\alpha)^{3/2}} \left(0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4 \right),\tag{6}$$

where

P – is the external load [N],

and α , B and W have the same meaning as before.



Fig. 3 Sketches of the MCT specimens for the same steel bars and different concrete sample dimension



Fig. 4 Examples of the half MCT specimen as finite element model used for determination of the stress intensity factor: a) D = 300, a/W=0.4 and b) D=100, a/W=0.1 together with boundary conditions

3 RESULTS AND DISCUSSION

Six different MCT specimen configurations are investigated. The numerically calculated values of the normalized stress intensity factor (i.e. $B_1(\alpha)$) for the MCT specimens are summarized in Table 1 and plotted in Fig. 5. The compliance expressions related to the specific measurement location (COD, CMOD and CMOD(4)) for the MCT are presented in Tables 2-4 and shown in Fig. 5.

Stress intensity factor (SIF)

The SIF is calculated by Eq. (3), where $B_1(\alpha)$ are the dimensionless K-calibration functions shown in Fig. 5. The symbols are the results obtained from the finite element analysis whereas the full curves are the fitted values. The SOLVER© software routine, available as an additional plug-in in Microsoft Excel, is utilized to perform the regression analysis of the FEA data. This routine searches the set of values of the fitting factor constants or parameters by minimizing the sum of squares of residuals, i.e., the differences between the actual and the corresponding prediction values. The prediction seems to agree well with the analytical data. The following equation represents the normalized stress-intensity factor $B_1(a/W)$ for MCT specimen in the range $0.3 \le a/W \le 0.7$ with an accuracy higher than 99.95%.

$$B_1(\alpha) = -68.404 + 804.41\alpha - 3489.7\alpha^2 + 7547.5\alpha^3 - 8034.5\alpha^4 + 3441.5\alpha^5.$$
(7)

Table 1 shows the comparison among the dimensionless K-calibration curves $B_1(a/W)$, for six different values of the specimen diameter. The results are similar in the interval $a/W \in (0.3; 0.7)$, the main difference arising for short cracks in which the boundary effect plays an important role.



Fig. 5 Dimensional geometry function $B_1(a/W)$, for different relative crack lengths for six different D = 50, 100, 150, 200, 250, 300 mm

a/W; D	50	100	150	200	250	300
0.1		4.020	3.885	3.828	3.793	3.766
0.2		4.697		4.662	4.653	4.645
0.3	5.909	5.885	5.879	5.874	5.872	5.869
0.4	7.600	7.593	7.591	7.589	7.588	7.587
0.5	10.195	10.193	10.192	10.191	10.191	10.191
0.6	14.537	14.536	14.536	14.537	14.537 14.536	
0.7	22.834	22.834	22.835	22.835	22.835	22.835
0.8	42.792	42.800	42.800	42.800	42.801	42.801
0.85	66.518	66.553	66.555	66.556 66.557		66.556
0.9	123.298	123.471	123.434	123.481	123.487	123.488

Table 1: Comparison of dimensionless K-calibration function $B_1(a/W)$ for selected relative crack lengths for all studied MCT configurations.

Compliance function

The displacements at the crack open displacement, crack mouth open displacement and crack mouth open displacement in 4 mm from the relevant location (see Fig. 2) are introduced in this paragraph. Examples of compliance function for COD are shown in Fig. 6. The symbols are the results obtained from finite element analysis and full lines are the fitted values.



Fig. 6 Comparison among compliance functions (COD/2(a/W)) for different relative crack lengths for six different diameters D = 50, 100, 150, 200, 250, 300 mm from finite element data

The displacement is given by eq. (4), whereas f(a/W) is a polynomial function of (C_i) , the functional form of which is given by:

$$f(a / W) = C_0 + C_1 \left(\frac{a}{W}\right) + C_2 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + C_3 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + C_4 \left(\frac{a}{W}\right)^4 + C_5 \left(\frac{a}{W}\right)^5,$$
(7)

where

 C_0 , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 are constants obtained through numerical analysis for COD, CMOD, CMOD(4) as reported in Table 2, 3 and 4, respectively.

The equations are valid along the range $0.2 \le a/W \le 0.85$ and have an accuracy higher than 98%.

The obtain curve can be used for experimental campaign for estimation average crack length in each point of load-displacement diagram.

 C_1 C_0 C_2 *C*₃ *C*₄ **C**5 **D** [mm] 50 0.7968 68.639 -326.66 841.37 -1001.5458.38 100 1.5903 -303.96 786.85 -941.73 434.4 63.639 150 3.0268 50.496 -254.7 696.99 -862.94 407.83 200 3.6088 45.039 -233.6 656.98 -826.25 394.84 250 3.9016 42.334 -223.54 638.76 -810.27 389.41 300 4.0830 40.605 -217.07627.04 -800.04 385.96

Table 2: Coefficients of dimensionless compliance function from eq. (7) for COD calculation.

Table 3: Coefficients of dimensionless function from eq. (7) for CMOD calculation

<i>D</i> [mm]	<i>C</i> ₀	<i>C</i> ₁	<i>C</i> ₂	<i>C</i> ₃	<i>C</i> ₄	<i>C</i> ₅
50	-40.1740	519.60	-2025.60	3936.50	-3734.30	1402.30
100	6.4444	75.546	-387.98	1028.90	-1245.40	577.83
150	9.1181	50.708	-294.18	856.84	-1093.80	526.43
200	10.3450	39.331	-250.67	775.29	-1019.90	500.57
250	11.0930	32.593	-225.81	730.36	-980.56	487.25
300	11.6500	27.563	-207.28	696.95	-951.42	477.42

Table 4: Coefficients of dimensionless function from eq. (7) for CMOD(4) calculation.

<i>D</i> [mm]	<i>C</i> ₀	<i>C</i> ₁	<i>C</i> ₂	<i>C</i> ₃	<i>C</i> ₄	<i>C</i> ₅
50	-42.538	559.490	-2183.90	4244.9	-4027.3	1512.40
100	7.1252	77.966	-403.03	1069.9	-1295.4	601.02
150	9.6851	51.248	-300.11	876.63	-1120.4	539.60
200	10.811	39.358	-253.68	787.46	-1037.5	509.61
250	11.488	32.420	-227.51	738.8	-993.49	494.10
300	11.994	27.289	-208.22	703.13	-961.45	482.88

6 CONCLUSIONS

This study is prepared to support the experimental campaign that was done on concrete specimens with steel bars for load application. The CT compliance function could not be used due to material interface (steel – concrete) and due to different distance of load application.

The influence of specimen size and crack depth ratio on the calibration curves for modified compact tension specimen is analyzed using linear elastic fracture analysis. The specimen geometry allows the user to obtain efficiently crack growth data under a displacement controlled test. Finite element analysis is used to obtain the stress-intensity factors and displacements over a wide range of crack/length to width ratios (a/W).

Expressions for estimating values of the stress intensity factor, and crack length from measurement of crack opening displacement, crack mouth opening displacement and crack mouth opening displacement in 4 mm (compliance) are provided for the MCT specimen geometry.

ACKNOWLEDGMENT

This paper has been worked out under the "National Sustainability Programme I" project "AdMaS UP – Advanced Materials, Structures and Technologies" (No. LO1408) supported by the Ministry of Education, Youth and Sports of the Czech Republic. The authors acknowledge financial support of the project No. FAST-S-15-2774 (BUT), project No. 15-07210S (Czech Science Foundation), BIA2013-48352-P (Ministry of Economy and Competitiveness of Spain) and SV-PA-11-012 (Asturian Regional Goverment).

REFERENCES

- AHMED, M.U., RAHMAN, A., ISLAM, M.R., TAREFDER, R.A. Combined effect of asphalt concrete cross-anisotropy and temperature variation on pavement stress-strain under dynamic loading, Construction and Building Materials. 2015, Volume 93, pp. 685–694.
- [2] ALDAZABAL, J., MARTÍN-MEIZOSO, A., MARTÍNEZ-ESNAOLA, J.M., Experimental measurement of Mode I & II critical stress intensity factor of stones. Anales de mecanica de la fractura 2015, Volume 32, pp. 154–159, ISSN: 0213-3725.
- [3] ANDERSON, T.L. Fracture mechanics fundamentals and applications 1991, CRC Press ISBN: 978-0849316562.
- [4] ANSYS: Příručka ANSYS Workbench 2012, Česká technika nakladatelství ČVUT, ISBN: 978-80-01-05175-7.
- [5] ASTM, E647-13a, Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2013, *www.astm.org*.
- [6] CIFUENTES, H., LOZANO, M., HOLUŠOVÁ, T., MEDINA, F., SEITL, S., CANTELI, F., Applicability of a modified compact pension specimen for measuring the fracture energy of concrete, Anales de Mecánica de la Fractura, Vol. 32 (2015) pp. 208–213.
- [7] European Standard EN 12390-1:2012 Testing hardened concrete Part 1: Shape, dimensions and other requirements for specimens and moulds 2012.
- [8] FERNANDEZ-CANTELI, A., CASTAŇÓN, L., GARCIA-NIETO, B., HOLUSOVA, T., SEITL, S. Determining fracture energy parameters of concrete from the modified compact pension test, *Frattura ed Integrità Strutturale*, (2014), Volume 30, pp. 383–393; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.30.46.
- [9] KOURKOULIS, S.K., MARKIDES, CH. F., CHATZISTERGOS, P.E., The standardized Brazilian disc test as a contact problem, International Journal of Rock Mechanics & Mining Science. 2013, Volume 57, pp. 132–141, DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.ijrmms.2012.07.016

- [10] LEEVERS, P. S., RADON, J. C. Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries. International Journal of Fracture, 1982, pp. 311–325.
- [11] MURAKAMI, Y. Stress intensity factors hand book. Pergamon Press, 1987.
- [12] OŽBOLT, J., BOŠNJAK, J., SOLA, E., Dynamic fracture of concrete compact tension specimen: Experimental and numerical study, International Journal of Solids and Structures, 2013, Volume 50, pp. 4270–4278
- [13] RILEM Recommendations for the Testing and Use of Constructions Materials, CPC 4 Compression test on concrete, 1975.
- [14] TADA, H., PARIS, P.C. and IRWIN, G.R. The stress analysis of crack handbook, The American Society of Mechanical Engineers Three Park Avenue, New York, NY 10016, ISBN: 1-86058-304-0.
- [15] VESELÝ, V., SOBEK, J. Numerical study of failure of cementitious composite specimen in modified compact tension fracture test, *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské-Technické univerzity Ostrava*, 2013, Volume 13(2), pp. 209–2016.
- [16] VISZLAY, V. Numerical support for analysis of the fatigue behavior of cement based composites, Bachelor thesis BUT Brno 2015, p. 28-33 (in Slovak).
- [17] WILLIAMS, M.L. On the stress distribution at the base of stationary crack, ASME Journal of Applied Mechanics 1957, 24, 109–114. ISSN: 0021-8936.
- [18] YANG B., RAVI-CHANDAR K. Evaluation of elastic T-stress by the stress difference method. Engineering Fracture Mechanics, 1999, Volume 64, pp. 589–605.

Reviewers:

MSc. Pablo Lopéz Crespo, Ph.D., Department of Civil and Materials Engineering, University de Malaga, Spain.

Ing. Aleš Materna, Ph.D., Department of Materials, Faculty of Nuclear Sciences and Physical Engineering, Czech Technical University in Prague, Czech Republic.

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava

řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015

článek č. 21

Pavel ŠEDA¹, Ladislav ŘOUTIL²

NELINEÁRNÍ ANALÝZA MECHANICKÉ ODEZVY MOSTU Č. 2-2043-15, E4 KRISTINEBERG, STOCKHOLM

NONLINEAR ANALYSIS OF THE BRIDGE NR. 2-2043-15, E4 KRISTINEBERG, STOCKHOLM

Abstrakt

Příspěvek představuje výstavbu a nelineární analýzu mechanické odezvy mostu č. 2-2043-15 E4 Kristineberg ve Stockholmu. Simulované výsledky jsou srovnány s hodnotami naměřenými při zatěžovací zkoušce a jsou identifikována místa se zvýšeným rizikem poškození, vyžadující monitorování během užívání stavby.

Klíčová slova

Železobetonový silniční most, nelineární analýza, zatěžovací zkouška.

Abstract

The paper is focused on the construction and nonlinear analysis of the bridge 2-2043-15 E4 Kristineberg in Stockholm. Simulated results are compared with load tests. Locations with higher risk of damage are pointed out – these places should monitored during the life cycle of the bridge.

Keywords

Reinforced concrete bridge, nonlinear analysis, loading test.

1 ÚVOD

Mimoúrovňová křižovatka na švédské dálnici E4, exit 161, s místním názvem Trafikplats Kristineberg, je hlavním dopravním uzlem pro ostrov Kungsholmen ve městě Stockholm. Dálnice E4 je hlavní spojnicí mezi severem a jihem Švédska, zároveň je také spolu s E20 součástí průtahu městem s názvem Essingeleden, přičemž spojuje ostrovy Kungsholmen, Lilla Essingen a Stora Essingen. Městem vede po mnoha estakádách, mostech a skoro z poloviny v tunelech. Dokáže pojmout více než 180 000 vozidel denně a udržet rušnou dopravu dostatečně izolovanou od hustě obydlených části města. S narůstající dopravou již tato spojnice nevyhovuje a výstavba nového obchvatu města je nevyhnutelná.

Původní mimoúrovňová křižovatka s průletovými úseky, vystavěná v 50. letech minulého století, zabírala svými velkými oblouky značnou část přilehlých pozemků – jde většinou o možné stavební pozemky, o které je na ostrově velký zájem. Trafikplats Kristineberg je situována téměř uprostřed ostrova Kungsholmen – nově vyprojektovaná křižovatka o třech patrech s polokružní křižovatkou uprostřed je vítaným řešením. Připojovací a odbočovací rampy jsou navržené tak, aby vedly těsně podél dálničního tělesa za účelem co nejmenšího záboru a průpletové úseky jsou naprojektovány v prostoru pod dálničním mostem společně s prostorem přilehlé křižovatky. Součástí

¹ Ing. Pavel Šeda, Habau Sverige AB, Lindhagensgatan 103, 112 51 Stockholm, Sweden, pavel.seda@habau.cz.

² Ing. Ladislav Řoutil, Ph.D., VUT v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Veveří 331/95, 602 00 Brno, routil.l@fce.vutbr.cz.

rekonstrukce je výstavba 5-ti mostních objektů, 150 bm opěrných stěn a 250 bm monolitického koryta, ve kterém vede jedna z odbočovacích větví tzv. Tråg. Předpokládané náklady na výstavbu jsou 188 milionu švédských korun (1SEK = 3CZK).

První autor tohoto příspěvku se aktivně podílel na výstavbě jako technik pro realizaci monolitických železobetonových konstrukcí, přičemž jednu z hlavních náplní jeho práce představovala výstavba mostního objektu č. 2-2043-15.

2 KONSTRUKCE A VÝSTAVBA MOSTU

Mostní objekt je tvořen železobetonovou rámovou konstrukcí o 2 polích. Celková délka přemostění v ose komunikace je 26,0 m a volná šířka na mostě je minimálně 7,0 m. Mostovka je v podélném i příčném sklonu 2,5 %. Spodní stavbu tvoří dvě krajní opěry a jeden mezilehlý pilíř. Obě opěry svírají s osou komunikace různé úhly a liší se významně od sebe co do velikosti i tvaru. Jižní opěra je 3,5 m vysoká profilovaná tenká stěna se základovým pasem zhotoveným na skalním podkladu, zatímco severní opěra je 0,9 m široká, 5,0 vysoká a 15,0 m dlouhá masivní stěna, která svírá úhel s mostovkou 152°. Severní opěra je založena na velké základové desce, která tvoří patu opěry a zároveň slouží jako část silniční komunikace vedoucí pod mostem. Deska není přímo uložena na skalním podloží, ale z důvodů její hloubky pod okolním terénem je posazena na drenážní vrstvě štěrku, která odvádí veškerou vodu do přečerpávací stanice a to z důvodu příznivého vodního režimu, jenž má podstatný vliv na funkčnost a trvanlivost spodní stavby. Pilíř o průměru 1,2 m je založen ve stejné úrovni jako severní opěra a je umístěn excentricky mimo osu mostu v 1/3 délky rozpětí. Mostovku tvoří 0,7 m vysoká deska o šířce 7,0 m na začátku a 12,0 m na konci mostu. Mostovka i její římsy se betonovaly současně, což jednak urychlilo postup výstavby a zároveň uspokojilo požadavky investora, které jsou ve skandinávských zemích poměrně vysoké.

Detaily projektu lze nalézt v [1], zkušenosti z výstavby včetně rozboru vybraných aspektů (např. chlazení betonu v průběhu hydratace vč. problémů při provádění tenké stěny, možnosti bednění hlavní nosné konstrukce aj.) přibližuje [2].

Představu o konstrukci si lze udělat i na základě Obr. 1, 2, 3, 6 a 7.



Obr. 1: Betonáž mostovky



Obr. 2: Dokončený most č. 2-2043-15

2.1 Zatěžovací zkouška

Hotová konstrukce byla podrobena zatěžovací zkoušce s následujícím programem:

- nezatížený most nulové měření;
- 1. zatěžovací stav dvě nákladní vozidla (1_1 a 1_2 viz Obr. 3 a 4) za sebou při východním okraji desky mostu mezi opěrou 3 a pilířem;
- 2. zatěžovací stav čtyři nákladní vozidla (1_1, 1_2, 2_1 a 2_2 viz Obr. 3 a 5) po dvou za sebou stojících mezi opěrou 3 a pilířem.

Jako zatížení byla využita 4 nákladní vozidla každé s hmotností od 24–29 tun (Obr. 3). Hmotnost každého vozidla byla ověřena vážením před zahájením zatěžovací zkoušky.

Při zatěžovací zkoušce se měřily svislé posuny na předem nainstalovaných pevných měřičských bodech (Obr. 9, Tab. 2). Těchto celkem 68 bodů bylo rozmístěno v rastru po celé spodní části mostovky a v místě největších předpokládaných posunů byl rastr zhuštěn za účelem zpřesnění výsledků v těchto kritických místech. Měření se provádělo digitálním nivelačním přístrojem Leica DNA03 společně s nivelační latí GPCL2 Professional. Nejedná o standardní normovou zatěžovací zkoušku.



Obr. 3: Schéma rozmístění zatěžovacích vozidel a jejich nominální hmotnosti



Obr. 4: Zatěžovací zkouška – 1. zatěžovací stav – dvě nákladní vozidla



Obr. 5: Zatěžovací zkouška - 2. zatěžovací stav - čtyři nákladní vozidla

3 MODEL KONSTRUKCE

Geometrie modelu byla idealizována v programu ATENA 3D [3], [4] pomocí 37 makroprvků (Obr. 6). Pro beton je použit materiálový model CC3DNonLinCementitious [3]. Hodnoty parametrů materiálového modelu jsou odvozeny z krychelných pevností získaných z výsledků laboratorních zkoušek prováděných na zkušebních tělesech vyrobených při betonážích jednotlivých části konstrukce [Tab. 1]. Jednotlivé pruty výztuže jsou umístěny dle výkresu výztuže. Veškerá nosná výztuž odpovídá realitě, rozdělovací výztuž je zanedbána. Smyková výztuž je modelována pomocí rozetřené výztuže. Celkem je v modelu 1635 prutů o průměru 16–32 mm (Obr. 7). Použitá betonářská ocel pro výztuž konstrukce je třídy B500B. Na základě certifikátu jakosti od výrobce byly definovány hodnoty materiálového modelu CCReinforcement (bilineární pracovní diagram oceli se skutečnou mezí kluzu, mezí pevnosti a přetvoření na mezi kluzu). Charakter sítě MKP je částečně zřejmý z Obr. 6. Model obsahoval celkem 11351 prvků.



Obr. 6: Geometrie modelu a MKP síť

Tab. 1: Výsledky labor	atorních zkoušek betonu
------------------------	-------------------------

Casting journal - Bridge 2-2043-15										
			Concrete quality	Slump		Aircontent			Teperature of	Cube strenght
Casting date	Element	Object		ordered	delivered (mm)	airmin (%)	air.place (%)	w/c	pure concrete (°C)	28 days (Mpa)
		2-2043-15	C25/45		155,0		5,9		17,5	
2.6.2014	Foundation 1	2-2043-15	C55/45 ND2/NE4	S 4	160,0	4,0	7,0	0,4	17,6	58,8
		2-2043-15	AD5/AF4		150,0		6,5		17,2	
		2-2043-15	C35/45		145,0		4,8		22,5	54,6
18.7.2014	Foundation 2	2-2043-15	VD2/VE4	S3		4,0		0,4		
		2-2043-15	AD5/AF4							
		2-2043-15	C35/45 XD3/XF4	S 4	180,0	4,0	6,5	0,4		59,6
4.7.2014	Foundation 3	2-2043-15			190,0		4,5			
		2-2043-15			140,0		5,3			
		2-2043-15	C35/45	S 4	210,0	4,0	6,4	0,4		54,4
25.9.2014	Support 1	2-2043-15	XD3/XF4		200,0		5,6			
		2-2043-15			220,0		4,8			
		2-2043-15	C35/45	S4	230,0	4,0	8,0			54,0
29.8.2014	Support 2	2-2043-15			220,0		5,5	0,4		
		2-2043-15	ADJ/AI'4		210,0		4,5			
28.7.2014		2-2043-15	C35/45	S4	180,0	4,0	7,5	0,4	18,5	40,7
	Support 3	2-2043-15	- XD3/XF4		150,0		7,9		19,6	
		2-2043-15			160,0		6,5		18,2	
		2-2043-15	C35/45	S4	170,0	4,0	5,6	0,4	16,8	41,2
20.10.2014	Top desk	2-2043-15	XD3/XF4		140,0		6,5		18,0	
		2-2043-15			180,0		5,8		17,9	

3.1 Výsledky, srovnání se zatěžovací zkouškou.

Jednu ze sledovaných sad výsledků představují svislé posuny mostní konstrukce. Obr. 8 přibližuje celkovou situaci. Obr. 9 a Tab. 2 potom porovnávají simulované a naměřené hodnoty svislých posunů vybraných bodů na dolní straně mostovky. Dosažená shoda je uspokojivá, zdůvodnění významnějších odchylek ještě bude předmětem dalších analýz.

Analýza dalších výsledků (např. Obr. 10 a Obr. 11) modelu umožňuje vytipování míst s významnějším poškozením konstrukce. Ke vzniku trhlin by mohlo docházet především na horním povrchu mostovky nad středovým pilířem a u severní opěry. Simulovaná šířka trhlin nepřekračuje limitní hodnoty definované normami, může ale ovlivnit životnost konstrukce. Proto by tato místa měla být sledována při prohlídkách mostu.



Obr. 7: Výztuž modelu



Obr. 8: Simulované svislé posuny od 2. zatěžovacího stavu (zvětšeno 150×) vč. obrazu trhlin (černé úsečky)


Obr. 9: Měřené a simulované posuny na dolní části mostovky (hodnoty shrnuty v Tab. 2)

	1.zatěžovací stav			2.zatěžovací stav		
Bod číslo	Naměřené posuny (mm)	ATENA posuny (mm)	rozdil posunů (%)	Naměřené posuny (mm)	ATENA posuny (mm)	rozdil posunů (%)
2	0,31	0,253	18,30	0,09	0,139	54,56
10	0,44	0,187	57,61	0,64	0,207	67,71
12	-1,82	-1,513	16,87	-2,16	-2,652	22,78
13	-0,6	-0,490	18,33	-0,86	-0,977	13,60
15	-1,36	-1,171	13,90	-2,23	-1,917	14,04
19	-0,13	0,256	296,66	-0,04	0,241	702,98
21	-1,58	-1,269	19,68	-1,89	-2,168	14,71
22	0,21	0,083	60,46	0,33	0,120	63,66
25	-0,12	-0,009	92,89	-0,02	0,051	355,05
27	0,14	0,084	39,67	0,36	0,133	62,98
30	0,34	0,170	49,87	-0,04	0,206	615,02
36	-0,5	-0,165	66,94	-0,45	-0,130	71,20
37	-0,67	-0,170	74,69	-0,76	-0,568	25,32
40	-0,22	-0,454	106,36	-0,69	-1,029	49,13
50	0,00	0,256	2456,60	-0,05	0,241	582,38
58	0,23	-0,039	116,96	-0,52	-0,831	59,81
59	-2,46	-1,452	40,98	-3,23	-2,606	19,32
60	-1,68	-1,466	12,74	-2,44	-2,623	7,50
64	0,37	0,162	56,24	0,04	-0,343	956,25
65	-1,98	-1,724	12,93	-2,66	-2,977	11,92
71	-1,37	-0,993	27,52	-1,56	-1,707	9,42
72	-0,8	-0,846	5,75	-1,4	-1,648	17,71
74	-0,5	-0,384	23,14	-0,61	-0,671	10,05
75	0,04	-0,826	2165,00	-1,19	-1,516	27,39
76	0,55	-0,147	126,73	-0,27	-0,747	176,67
81	-0,72	-0,848	17,78	-1,4	-1,791	27,93
82	0,22	-0,127	157,73	-0,69	-0,967	40,14
86	-0,61	-0,305	49,97	-0,46	-0,463	0,70
88	-1,46	-1,739	19,11	-2,24	-2,983	33,17
91	0,55	0,217	60,62	0,37	0,230	37,81
96	-1,36	-0,956	29,71	-1,89	-1,964	3,92
99	-0,67	-0,485	27,61	-0,82	-0,788	3,90

Tab. 2: Porovnání naměřených a simulovaných hodnot svislých posunů na dolním povrchu mostovky

Rozdíl posunů v Tab. 2 je definován dle (1).

$$rozdíl posunů = \left| \frac{(měření-ATENA) \times 100}{měření} \right|$$
 (1)



Obr. 10: Izoplochy prvních hlavních napětí vč. MKP sítě a obrazu trhlin (černé úsečky) – max. šířka 0,285 mm (přetvoření konstrukce zvětšeno 150×); horní obr. – vlastní tíha, dolní obr. – 2. zatěžovací stav

4 ZÁVĚR

Příspěvek představuje výsledky nelineární analýzy mechanické odezvy mostu č. 2-2043-15 E4 Kristineberg ve Stockholmu. Ukazuje dobrou shodu výsledků simulací s daty ze zatěžovací zkoušky. Jsou identifikována místa se zvýšeným rizikem poškození, vyžadující sledování v průběhu užívání stavby. Odladěný model může být využit k parametrickým či pravděpodobnostním studiím chování konstrukce a tak přispět k optimálnímu užívání konstrukce.

PODĚKOVÁNÍ

Příspěvek byl vytvořen v rámci řešení projektu č. LO1408 "AdMaS UP - Pokročilé stavební materiály, konstrukce a technologie" podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy v rámci účelové podpory programu "Národní program udržitelnosti I" a projektu CZ.1.07/2.3.00/30.0005 – "Podpora tvorby excelentních týmů mezioborového výzkumu na VUT".



Obr. 11: Poměrné přetvoření ε_{xx} vč. obrazu trhlin (černé úsečky) – max. šířka 0,285 mm (přetvoření konstrukce zvětšeno 150×); horní obr. – vlastní tíha, dolní obr. – 2. zatěžovací stav

LITERATURA

- [1] PEKÁR, M. Projektová dokumentace stavby Trafikplats Kristineberg, Stockholm. Valbek s. r. o., 2014.
- [2] ŠEDA P. Nelineární analýza mostu č. 2-2043-15, E4 Kristineberg, Stockholm. Diplomová práce (vedoucí práce Ing. Ladislav Řoutil, Ph.D.). Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra dopravního stavitelství, Pardubice, 2015, 70 s.
- [3] ČERVENKA V. et al. ATENA Program Documentation, Part 1 Theory. Červenka Consulting s. r. o., Praha, 2014.
- [4] ČERVENKA V. et al. ATENA Program Documentation, Part 2-2 User's Manual for Atena 3D. Červenka Consulting s.r.o., Praha, 2014.

Oponentní posudek vypracoval:

Ing. Roman Fojtík, Ph.D., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-TU Ostrava.

Ing. Radomír Pukl CSc., Červenka Consulting s.r.o., Praha.

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015 Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava

Civil Engineering Series, Vol. 15, No. 2, 2015

Redakční rada / Editorial board: Šéfredaktor / Editor in chief: doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební Zástupce šéfredaktora / Deputy editor: doc. RNDr. Eva Hrubešová, Ph.D., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební Členové redakční rady / Members of the editorial board: prof. Pierre-Claude Aïtcin, Université de Sherbrooke, Kanada prof. Michael Beer, University of Liverpool, Spojené království a Leibniz University Hannover, Německo doc. Ing. Jiří Brožovský, Ph.D., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební prof. Ing. Radim Čajka, CSc., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební Dr. Peter Dusicka, Ph.D., P.E., Portland State University, USA prof. Gagik Galstvan, Doctor of Technical Sciences, National University of Architecture and Construction of Armenia, Arménie Pratanu Ghosh, Ph.D., Assistant Professor, California State University, Fullerton, USA prof. Dr. Ing. Peer Haller, Technische Universität Dresden, Německo prof. David Hui, University of New Orleans, USA prof. Chih Chen Chang, Ph.D., FHKIE, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong prof. Qi Chengzhi, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Čína doc. Ing. arch. Ján Ilkovič, CSc., Fakulta architektúry STU v Bratislave, Slovensko prof. Gela Kipiani, Georgian Technical University, Tbilisi, Gruzie Prof. dr. sc. Hrvoje Kozmar, University of Zagreb, Chorvatsko prof. Ing. Alois Materna, CSc., MBA, VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební prof. Ing. Jozef Melcer, DrSc., Žilinská univerzita v Žiline, Stavebná fakulta, Slovensko prof. Suren Mkhitaryan, Doctor of Sciences, Corresponding Member of the National Academy of Sciences, Arménie doc. Ing. Jaroslav Navrátil, CSc., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební Ing. arch. Hana Paclová, Ph.D., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební prof. Luis Jose Andrade Pais, Universidade da Beira Interior, Portugalsko Assoc. Prof. Doncho Partov, PhD. Eng., Higher School of Civil Engineering "Lyuben Karavelov", Sofie, Bulharsko Ing. Jindřich Pater, ČKAIT, oblastní kancelář Ostrava prof. Dr. hab. inž. Jaroslav Rajczyk, Fakulta stavební, Polytechnika Czestochowa, Polsko doc. Ing. Miloslav Řezáč, Ph.D., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební doc. Ing. Vlastislav Salajka, CSc., Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební prof. Evgeny Borisovich Smirnov, D.Sc., Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPSUACE), Rusko doc. Ing. Jaroslav Solař, Ph.D., VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební doc. Ing. Richard Šňupárek, CSc., Ústav geoniky AV ČR prof. dr hab. inż. Jerzy Wyrwal, Fakulta stavební, Polytechnika Opole, Polsko prof. Alphose Zingoni, PrEng, CEng, PhD, FSAAE, FIABSE, FIStructE, University of Cape Town, Jihoafrická republika

Technický redaktor:

Ing. Markéta Maluchová, VŠB-TU Ostrava, Fakulta stavební

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava řada stavební, ročník 15, číslo 2, rok 2015 Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava Civil Engineering Series, Vol. 15, No. 2, 2015

Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, řada stavební, je členem Seznamu recenzovaných neimpaktovaných periodik vydávaných v České republice. (seznam zřizuje Rada pro výzkum, vývoj a inovace, poradní orgán vlády České republiky)

> Publikované články jsou recenzovány. Za jazykovou správnost odpovídá autor.

Adresa redakce:

Ludvíka Podéště 1875/17 708 33 Ostrava - Poruba Česká republika

Webové stránky časopisu:

http://www.fast.vsb.cz/cs/veda-a-vyzkum/odborna-cinnost-fakulty/sbornik-vedeckych-praci/

© V roce 2015 vydala Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava Tisk a vazba: Ediční středisko Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava

Náklad: 120 ks

Neprodejné

ISSN 1213-1962